MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

**VI**

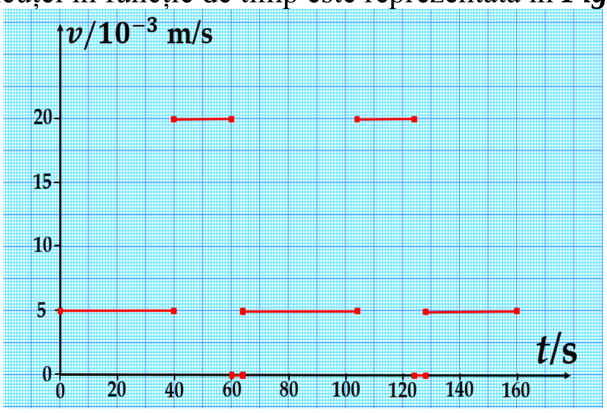
**Olimpiada de Fizică**

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**

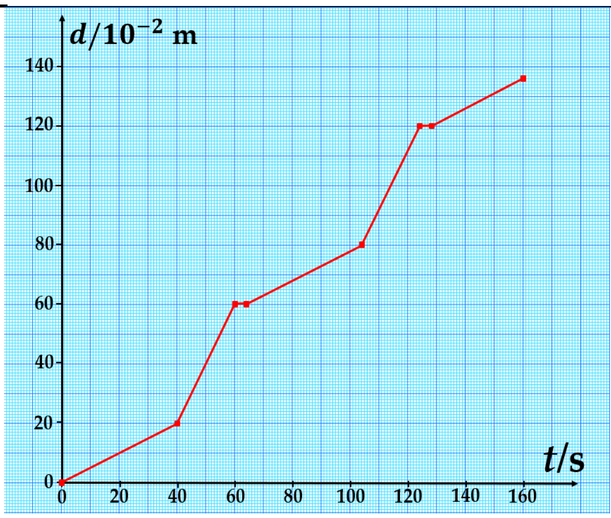
**9 martie 2025**

**Barem de evaluare și de notare**



| **Barem Subiectul I** - ***Furnicuța Hărnicuța și bobul de orez*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | Volumul unui bob de orez este: $$V_0 = \frac{11{,}2\ \text{mL} - 10\ \text{mL}}{100};\ V_0 = 0{,}012\ \text{mL} = 12\ \text{mm}^3$$ | 0,25p | **2** |
| | Volumul interior al cutiei este: $$V = 6\ \text{cm} \times 8\ \text{cm} \times 20\ \text{cm};\ V = 960\ \text{cm}^3$$ | 0,25p | |
| | Numărul maxim de boabe de orez din cutie este: $$N = \frac{V}{V_0}$$ | 0,25p | |
| | Numeric: $$N = 80000$$ | 0,25p | |
| | Masa unui bob de orez este: $$m_0 = \frac{1700\ \text{g} - 100\ \text{g}}{80000};\ m_0 = 20\ \text{mg}$$ | 0,25p | |
| | Densitatea unui bob de orezului este: $$\rho = \frac{m_0}{V_0}$$ | 0,50p | |
| | Numeric: $$\rho = 1{,}667\ \text{g/cm}^3$$ | 0,25p | |
| **b.** | Viteza Hărnicuței în funcție de timp este reprezentată în ***Figura 1.a.R***.   ***Figura 1.a.R*** | 2,00p | **4** |
| | Distanța parcursă de Hărnicuța în funcție de timp pentru primele 160$s$ ale mișcării este reprezentată în ***Figura 1.b.R.*** | 2,00p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | <br>***Figura 1.b.R*** | | |
| **c.** | Pe fiecare treaptă a scării, viteza Hărnicuței în plan vertical este: $$v_1 = \frac{h}{\Delta t_1};\ \Delta t_1 = 40\ \text{s}$$ | 0,50p | **3** |
| | Pe fiecare treaptă a scării, viteza Hărnicuței în plan orizontal este: $$v_2 = \frac{\ell}{\Delta t_2};\ \Delta t_2 = 20\ \text{s}$$ | 0,50p | |
| | Intervalul de timp în care Hărnicuța a ajuns la nivelul superior al casei este: $$\Delta\tau = \frac{H}{h}(\Delta t_1 + \Delta t_2) - \Delta t_2 + \left(\frac{H}{h} - 1\right)\Delta t;\ \Delta\tau = 1256\ \text{s}$$ | 0,50p | |
| | Viteza medie a Hărnicuței, din momentul de timp în care începe urcarea pe scară și până în momentul de timp în care a ajuns la etajul 1 al casei: $$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta\tau}$$ | 0,50p | |
| | Unde: $$\Delta d = \frac{H}{h}(h + \ell) - \ell;\ \Delta d = 1160\ \text{cm}$$ | 0,50p | |
| | Rezultă: $$v_m = 0{,}92\ \text{cm/s}$$ | 0,50p | |
| Oficiu | | 1 | **1** |
| **Total subiectul I** | | 10 | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul II - *Pistă pentru roboți*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | Prima porțiune este străbătută cu viteză constantă, corespunzătoare porțiunii de lungime *b* | 0,75p | **1p** |
| | Deplasarea robotului se face în sensul acelor de ceasornic | 0.25p | |
| **b.** | Viteza cu care se deplasează robotul pe porțiunile uniforme este $v = 2m/s$, conform graficului. | 0,50p | **2p** |
| | Porțiunea rectilinie de lungime $a$ corespunde unor intervale de timp mai mari, $t_1 = 9\text{ s} - 4\text{ s} = 5\text{ s}$, străbătute cu viteza constantă $v$; $$a = v \cdot t_1 = 10\text{ m}$$ | 0,75p | |
| | Porțiunea rectilinie de lungime $b$ corespunde unor intervale de timp mai mici, $t_2 = 2\text{ s} - 0\text{ s} = 2\text{ s}$, străbătute cu viteza constantă $v$; $$b = v \cdot t_2 = 4\text{ m}$$ | 0,75p | |
| **c.** | $$L = 2a + 2b + 4l = 40\text{ m}$$ | 0,50p | **2p** |
| | $$l = \frac{L - 2a - 2b}{4} = 3\text{ m}$$ | 1,00p | |
| | $$v_m = \frac{l}{t_3} = \frac{3\text{ m}}{2\text{ s}} = 1{,}5\text{ m/s}$$ | 0,50p | |
| **d.** | Frânarea și accelerarea pe porțiunile curbe se face cu aceeași accelerație, deci variația vitezei în unitatea de timp trebuie să fie aceeași. Vitezele medii pe cele două porțiuni (frânare, accelerare) vor fi egale între ele și egale cu viteza medie pe porțiunile curbe. | 0,50p | **2p** |
| | $$v_m = \frac{v + v_{min}}{2}$$ | 1,00p | |
| | $$v_{min} = 1\text{ m/s}$$ | 0,50p | |
| **e.** | $$\Delta t_A = 3 \cdot 22\text{ s} = 66\text{ s} = \Delta t_R$$ | 0,50p | **2p** |
| | $$d_R = 4L = 160\text{ m}$$ | 1,00p | |
| | $$v_1 = \frac{d_R}{\Delta t_R} \cong 2{,}4\text{ m/s}$$ | 0,50p | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul II** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul III - *Apă dulce, apă sărată*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | Din definiția salinității deducem că la fiecare 100 g de soluție avem: $m_{sare} = 32$ g și $m_{apă} = 68$ g | 1p | **3p** |
| | Volumele corespunzătoare acestor cantități de apă și sare sunt: $V_{sare} = \frac{m_{sare}}{\rho_{sare}} = 14{,}81\ \text{cm}^3$ | 0,5p | |
| | $V_{apă} = \frac{m_{apă}}{\rho_{apă}} = 68\ \text{cm}^3$ | 0,5p | |
| | $V_{apă\ sărată} = (V_{apă} + V_{sare})(1 - 0{,}073)$ | 0,5p | |
| | Densitatea amestecului va fi: $\rho_{apă\ Ocne} = \frac{m_{apă\ sărată}}{V_{apă\ sărată}} = 1{,}3 g/cm^3$ | 0,5p | |
| **b.** | $\rho_{minge} = \frac{m_{minge}}{V_{minge}}$ | 1p | **3p** |
| | $m_{minge} = m_{cauciuc} + m_{silicon} = \frac{2}{3}V \cdot \rho_{cauciuc} + \frac{1}{3}V \cdot \rho_{silicon}$ | 1p | |
| | Efectuând calculele, obținem: $\rho_{minge} = \frac{1}{3}(2 \cdot \rho_{cauciuc} + \rho_{silicon}) = 1{,}1\ \text{g/cm}^3 = 1100\ \text{kg/m}^3$ | 1p | |
| **c.** | Debitele de curgere ale celor două robinete sunt: $D_d = 10$ L/min și $D_s = 14$ L/min | 1p | **2p** |
| | Timpul în care apa cursă, prin cele două robinete, umple bazinul, este: $t = \frac{V}{D_d + D_s} = 25$ s | 1p | |
| **d.** | $V_{minge} = V_{2apă} - V_{1apă} = D_d \cdot (t_2 - t_1) = 0{,}0005\ \text{m}^3$ | 1p | **1p** |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul III** | | | **10** |

*Barem propus de:*
***Prof. dr. Aurelia-Daniela FLORIAN**, Colegiul Național ”Carol I”, Craiova*
***Prof. Rodica NEGREA**, Colegiul Național ”Tudor Vladimirescu”, Târgu-Jiu.*
***Prof. Emil NECUȚĂ**, Colegiul Național ”Alexandru Odobescu”, Pitești*
***Prof. dr. Ana-Cezarina MOROȘANU**, Colegiul Național ”Petru Rareș”, Piatra-Neamț*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

**Olimpiada de Fizică**

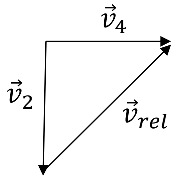
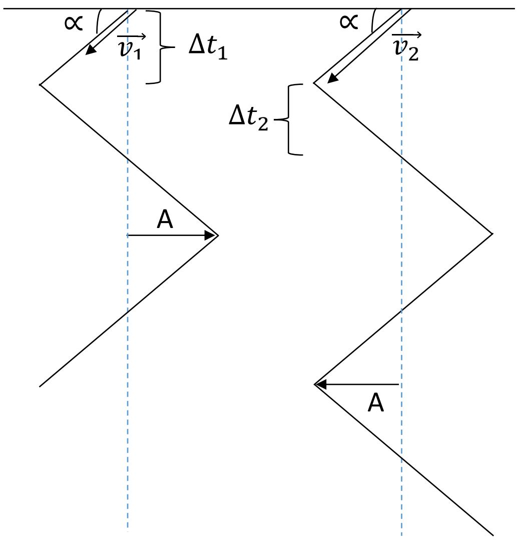
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**

**9 martie 2025**

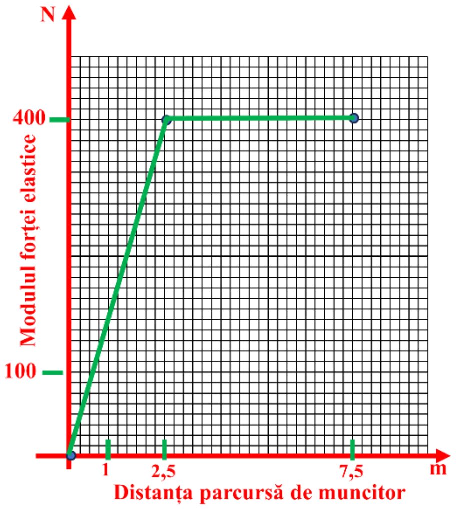
**Barem de evaluare și de notare**

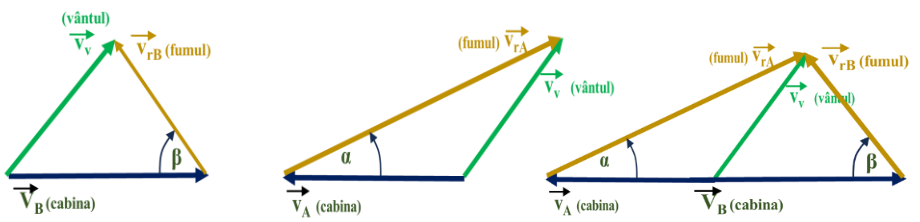
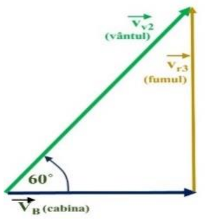
**VII**



| **Barem Subiectul I** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **A.** | $L_{urcare} = FL = Mg\sin\alpha\ L = Mgh$ | 0,5 | **2** |
| | $W_{util} = NL_{urcare};\ W_{cons} = \frac{W_{util}}{\eta}$ | 0,5 | |
| | $P_{medie} = \frac{W_{cons}}{\Delta t} = \frac{NMgh}{\eta\,\Delta t} = 41{,}67\ \mathrm{kW}$ | 1 | |
| **B.** | $\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{tr};$<br>$v_{bulg\ Pământ} = v_3 + v_2;$ | 1 | **3** |
| | $v_{bulg\ Andrei} = v_{bulg\ Pământ} - v_1 = v_3 + v_2 - v_1 = 2\ \mathrm{m/s}$ | 1 | |
| | <br>$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{tr} \Rightarrow \vec{v}_4 = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_2 \Rightarrow v_{rel} = \sqrt{v_2^2 + v_4^2} = 5\ \mathrm{m/s}$ | 1 | |
| **C.** | $v_1 \sin\alpha \cdot \Delta t = v_2 \sin\alpha \cdot (\Delta t - \tau)$<br>$\Delta t = \frac{v_2}{v_2 - v_1}\tau = 4\ \mathrm{s}$ | 0,5<br>0,5 | **1** |
| | $\begin{cases} A = v_1 \Delta t_1 \cos\alpha \\ A = v_2 \Delta t_2 \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$<br>$v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2$<br>$\begin{cases} \Delta t' = (4k-1)\Delta t_1 \\ \Delta t' - \tau' = (4k'-3)\Delta t_2 \end{cases}$<br>$\tau' = \Delta t' \left(1 - \frac{4k'-3}{4k-1}\frac{v_1}{v_2}\right)$<br>$k = k' = 1 \Rightarrow \tau' = 7{,}5\ s$<br>Sunt posibile și alte soluții, dar este suficientă una...<br> | 0,5<br>0,5<br>1<br>1 | **3** |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul I** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul II....** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | Pentru reprezentarea forțelor | 1 | **4** |
| | Considerăm coarda întreagă ca fiind o grupare serie de două corzi având fiecare constanta elastică $k_1$. Constanta echivalentă a corzii este dată de:<br>$\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_1}=\frac{2}{k_1}\ \ => \ \ k_1=2k$ | 0,5 | |
| | Coarda îndoită la jumătate echivalează cu două jumătăți de coardă legate în paralel, și va avea constanta echivalentă: $k_e=2k_1=4k$ | 0,5 | |
| | După ce muncitorul începe să se deplaseze, forța de tracțiune crește lent până la valoarea corespunzătoare desprinderii lăzii; pentru acest moment se poate scrie:<br>$F_t=F_e=4k\Delta l=fN=fmg=400\ \text{N}\ \ =>$ | 0,5 | |
| | $\Delta l=\frac{fmg}{4k}=2{,}5\ \text{m}$ | 0,5 | |
| | În continuare, banda elastică rămâne la fel de întinsă, și lada este transportată până la locul destinat (la 5 m de punctul de plecare) ca și cum ar fi tractată de o coardă inextensibilă, în care forța de tracțiune este constantă. | 0,5 | |
| | Pentru reprezentarea grafică   | 0,5 | |
| **b.** | Lucrul mecanic total este aria de sub grafic: $L=\frac{k_e(\Delta l)^2}{2}+F_t d$ | 1 | **2,5** |
| | $L=\frac{(fmg)^2}{8k}+fmgd=fmg(\frac{fmg}{8k}+d)$<br>$L=2500\ \text{J}$ | 1<br>0,5 | |
| **c.** | $\eta=\frac{fmgd}{fmg(\frac{fmg}{8k}+d)}=\frac{1}{1+\frac{fmg}{8kd}}$<br>$\eta=\frac{4}{5}=0{,}8=80\%$ | 1<br>0,5 | **1,5** |
| **d** | Împărțim în gând coarda în bucățele identice foarte mici, de lungime $\delta$ fiecare. Întreaga coardă are lungimea $l=N\delta$, iar o porțiune mai mică are lungimea $x=n\delta$. Dacă un capăt al corzii este fixat și de celălalt se trage cu o forță, se poate scrie: $F=k\Delta l=k_x\Delta x$, sau $kN\Delta\delta=k_x n\Delta\delta$, deci $x=\frac{kl}{k_x}=3{,}2\ \text{m}$ | 1 | **1** |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul II** | | | **10** |

| **Barem Subiectul III....** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | desen fum gondola B, gondola A sau ambele pe același desen <br>   | 1 | **2,5** |
| | Ipotenuza e dublul medianei triunghiului dreptunghic $v_v = 2 \cdot v_A/2 = 5\ \mathrm{m/s}$ | 0,5 | |
| |   | 0,5 | |
| | $\cos 60° = v_B/v_{v2}\ \rightarrow\ v_{v2} = 2\, v_B = 10\ \mathrm{m}/s$ | 0,5 | |
| **b.** | Pentru porțiunea accelerată, distanța parcursă de Ionuț este <br> $d_{acc} =$ Aria (graficul vitezei, axa timpului) $= 6\ \mathrm{m/s} \cdot 3\ \mathrm{s}/2 = 9\ \mathrm{m}$ | 0,5 | **2** |
| | Distanța parcursă cu viteză constantă de Ionuț este <br> $d_{uni} = v_{max} \cdot \Delta t_{uni} = 6\ \mathrm{m/s} \cdot 5\ \mathrm{s} = 30\ \mathrm{m}$ | 0,5 | |
| | Distanța totală $D = d_{acc} + d_{uni} = 39\ \mathrm{m}$ | 0,25 | |
| | Viteza medie $v_{medie} = D/\Delta t_{total}$ $\quad v_{medie} = \frac{39\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{s}} = 4{,}875\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ | 0,75 | |
| **c.** | $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6\ \mathrm{m/s}}{3\ \mathrm{s}} = 2\ \mathrm{m/s^2}$ | 0,5 | **1,5** |
| | $v_1 = a \cdot t_1 = 2\ \mathrm{m/s}$ , $v_{rel1} = \|v_1 - v_A\| = 3\ \mathrm{m/s}$ | 0,75 | |
| | $v_{rel2} = \|v_2 - v_A\| = 1\ \mathrm{m/s}$ | 0,25 | |
| **d.** | $d_{1Ionut} = \frac{v_1}{2} \cdot t_1 = 1\ \mathrm{m}$, $d_{1Maria} = v_A \cdot t_1 = 5\ \mathrm{m}$ | 0,75 | **1** |
| | $d_{2Ionut} = d_{acc} = 9\ \mathrm{m}$, $d_{2Maria} = v_A \cdot t_3 = 15\ \mathrm{m}$ | 0,25 | |
| **e.** | Observăm că $d_{1Maria} - d_{1Ionut} = 5\ \mathrm{m} - 1\ \mathrm{m} = 4\ \mathrm{m} = \frac{L}{2}$ <br> deci primul moment de în care sunt pe aceeași verticală este $t_1 = 1\ \mathrm{s}$ | 0,75 | **2** |
| | La momentul $t_2 = 3\ \mathrm{s}$ distanța relativă verticala Mariei și a lui Ionuț este <br> $d_{2rel} = d_{2Maria} - d_{2Ionut} - \frac{L}{2} = 15\ \mathrm{m} - 9\ \mathrm{m} - 4\ \mathrm{m} = 2\ \mathrm{m}$ <br> și viteza relativă $v_{rel2} = \|v_2 - v_A\| = 1\ \mathrm{m/s}$ | 0,75 | |
| | Timpul de recuperare a distanței relative este $\Delta t_r = \frac{d_{2rel}}{v_{rel2}} = 2\ \mathrm{s}$, <br> $t_{v2} = 3\ \mathrm{s} + 2\ \mathrm{s} = 5\ \mathrm{s}$ | 0,5 | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul III** | | | **10** |

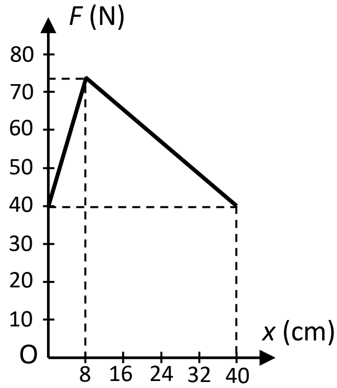
*Barem propus de:*
***prof. Ion BĂRARU**, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Constanța*
***prof. Jean ROTARU**, Colegiul Național, Iași*
***prof. Dorin BUNĂU**, Colegiul Național „Gh. Lazăr”, Sibiu*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Olimpiada de Fizică**
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**
**9 martie 2025**
**Barem de evaluare și de notare**

**VIII**



| **Barem Subiectul I.** ***Lichide nemiscibile*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | La capătul de jos al tubului de legătură presiunile în cei doi cilindri sunt: $p_1 = 3\rho gH$, respectiv $p_2 = \rho gH + 0{,}8\rho g3H = 3{,}4\rho gH$<br>$p_2 > p_1$, lichidul cu densitatea ρ va trece din cilindrul 2 în 1 | 1 | **3** |
| | La stabilirea echilibrului, după deschiderea robinetului presiunile la capătul de jos al tubului sunt egale: $\rho g(3H + x) = \rho g(H - x) + 0{,}8\rho g3H$<br>$2x = 0{,}4H$, în cilindrul 1 nivelul lichidului a crescut cu<br>$x = 0{,}2H = 1{,}6$ cm | 2 | |
| **b.** | La capătul de jos al tubului de legătură presiunile în cei doi cilindri sunt: $p_1 = 5\rho gH$, respectiv $p_2 = \rho gH + 0{,}8\rho g3H = 3{,}4\rho gH$<br>$p_1 > p_2$, lichidul cu densitatea ρ va trece din cilindrul 1 în 2 astfel că o parte din lichidul cu densitatea 0,8ρ curge | 1 | **2** |
| | La stabilirea echilibrului, după deschiderea robinetului presiunile la capătul de jos al tubului sunt egale: $\rho g(5H - x) = \rho g(H + x) + 0{,}8\rho gy$, unde $x$ este distanța pe care a scăzut lichidul în vasul 1, iar $y$ este nivelul lichidului cu densitatea 0,8ρ rămas în vasul 2<br>$4H = 2x + 0{,}8h$, între x și $y$ putem scrie relația $3H = x + y$, înlocuind pe $x = 3H - y$ în relația anterioară obținem: $4H = 6H - 1{,}2y$<br>Lichidul cu densitatea 0,8ρ rămas în vasul 2 are înălțimea<br>$y = \frac{5H}{3} = 1{,}67\ H$ | 1 | |
| **c.** | La capetele tubului presiunile sunt: $p_1 = 5\rho gh$, $p_2 = 0{,}6\rho g5h = 3\rho gh$<br>$p_1 > p_2$ o parte din lichidul cu densitatea ρ va trece în vasul 2 | 1 | **2** |
| | La stabilirea echilibrului după deschiderea robinetului la capetele tubului presiunile sunt egale: $\rho g(5h - x) = 0{,}6\rho g6h + \rho g(x - h)$<br>În vasul 1 nivelul lichidului a scăzut cu $x = 1{,}2h = 78$ mm | 1 | |
| **d.** | Până când tubul s-a umplut complet cu lichid, forța are expresia: $F = \rho gS(5H + 4x)$ pentru valori ale lui x în intervalul $(0, H)$. | 0,5 | **2** |
| | $F = 10\rho gHS - \rho gSx$, pentru valori ale lui $x$ în intervalul $(H, 5H)$. | 0,5 | |
| | Valoarea lucrului mecanic efectuat de forța F pe întreaga distanță este egală cu aria cuprinsă sub grafic în intervalul (0; 0,4 m).<br>$L = 22{,}4$ J<br> | 1 | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | O altă soluție:<br>Lucrul mecanic efectuat de forța $F$ este egal cu variația energiei potențiale gravitaționale a lichidului.<br>Considerăm nivelul de referință, $\mathrm{E_p} = 0$, la baza cilindrului. Energia potențială inițială este $\mathrm{E_{pi}} = \mathrm{mgh_1} = \rho 5\mathrm{HSg}\frac{5\mathrm{H}}{2} = \frac{25}{2}\rho\mathrm{SgH}$.<br>Energia potențială finală are expresia $\mathrm{E_{pf}} = 4\rho\mathrm{HSg}\cdot 10\mathrm{H} + \rho\mathrm{SgH}\cdot 7{,}5\mathrm{H} = 47{,}5\rho\mathrm{SgH}$.<br>$\mathrm{L} = \Delta\mathrm{E_p} = 22{,}4\ \mathrm{J}$ | | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul I** | | | **10** |

| **Barem Subiectul II. Conductivitatea termică** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | $P_1 = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = k_1 S\frac{T_1 - T_2}{l}$, $P_1 = 800\ \mathrm{W}$ | 1,5 | **2** |
| | $m_1 = \frac{P\Delta t}{\lambda}$, $m_1 \cong 8{,}6\ \mathrm{kg}$ | 0,5 | |
| **b.** | $P_2 = \frac{m_2\lambda}{\Delta t}$, $P_2 \cong 482\ \mathrm{W}$ | 1,5 | **2** |
| | $k_2 = \frac{P_2 l}{S\Delta T}$, $k_2 \cong 241\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\cdot K}}$ | 0,5 | |
| **c.** | Cantitatea de căldură transmisă în unitate de timp, în regim staționar, prin orice secțiune a barei este aceeași.<br>$k_1\cdot 2S\frac{(T_1 - T_x)2}{l} = k_2\cdot 2S\frac{(T_x - T_2)2}{l}$<br>$T_x = \frac{k_1T_1 + k_2T_2}{k_1 + k_2}$, $T_x \cong 62{,}4\ ^\circ\mathrm{C}$ | 1<br>1 | **3** |
| | $P_3 = k_1\cdot 2S\frac{(T_1 - T_x)2}{l}$, $P_3 \cong 1203\ \mathrm{W}$ | 0,75 | |
| | $m_3 = \frac{P_3\Delta t}{\lambda}$, $m_3 \cong 13\ \mathrm{kg}$ | 0,25 | |
| **d.** | Temperatura de-a lungul barei se modifică liniar pentru fiecare jumătate. Cantitatea de căldura cedată rezervorului cu temperatura $T_2$ are expresia:<br>$Q_1 = \rho_1\frac{l}{2}2Sc_1\left(\frac{T_1 + T_x}{2} - T_2\right) + \rho_2\frac{l}{2}2Sc_2\left(\frac{T_x + T_2}{2} - T_2\right)$ | 1 | **2** |
| | Cantitate de căldura primită de la rezervorul cu temperatura $T_1$ are expresia: $Q_2 = \rho_1\frac{l}{2}2Sc_1\left(T_1 - \frac{T_1 + T_x}{2}\right) + \rho_2\frac{l}{2}2Sc_2\left(T_1 - \frac{T_x + T_2}{2}\right)$ | 0,5 | |
| | $\frac{Q_2}{Q_1} \cong 0{,}65$ | 0,5 | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul II** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | **Barem Subiectul III. Corpuri electrizate și câmp electric** | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **A a.** | $tg60° = \frac{G}{F} = \frac{mg\,d^2}{k\cdot q^2}; tg60° = \sqrt{3}, d = R$ | 1 | **2** |
| | $q = R\sqrt{\frac{mg}{k\sqrt{3}}};\ \ q \cong 1{,}2\ \mu\text{C}$ | 1 | |
| **b.** | $\Delta E_c = L_{total}; L_{total} = L_G + L_e; L_G = mgh; L_{e1} = fqh; h = R(1 - cos\alpha)$ | 1 | **3** |
| | $v_1 = \sqrt{\frac{2R}{m}(mg + fq)(1 - cos\alpha)}$ | 0,5 | |
| | $L_{e2} = fqx; x = Rsin\alpha$ | 0,5 | |
| | $v_2 = \sqrt{\frac{2R}{m}[mg(1 - cos\alpha) + fq\cdot sin\alpha]}$ | 0,75 | |
| | $\frac{v_1}{v_2} \cong 0{,}81$ sau $\frac{v_2}{v_1} \cong 1{,}24$ | 0,25 | |
| **B.** | a. Din condiția de echilibru la rotație se obține: $x = k\frac{qQ}{h^2}\frac{L}{2}(n-1)\cdot\frac{1}{mg}$. | 1 | **4** |
| | b. Din condiția de echilibru la translație, cu $N = 0$ se obține : $q_0 = \frac{mgh^2}{kQ(1+n)}$. | 1 | |
| | c. Condiția de echilibru la rotație în aer este: $k\frac{qQ}{h^2}\frac{L}{2}(n-1) = \rho_c Vgx$ . | 0,75 | |
| | Condiția de echilibru la rotație cu corpul în apă este: $k\frac{qQ}{h^2}\frac{L}{2}(n-1) = (\rho_c - \rho_{apă})Vgx'$. | 0,75 | |
| | $\rho_c = \frac{x'}{x'-x}\rho_{apă},\ \ \rho_c = 2500\ \frac{kg}{m^3}$. | 0,5 | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul III** | | | **10** |

*Barem propus de:*
***Prof. Corina DOBRESCU**, Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București*
***Prof. Florin MĂCEȘANU**, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare, Alexandria*
***Prof. Viorel SOLSCHI**, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

# Olimpiada de Fizică
## Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
**9 martie 2025**

**Barem de evaluare și de notare**

**IX**



| **Barem Subiectul I** – ***Mișcări uniforme... și variate*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **A.** | **a)** t – timpul cât a întârziat pasagerul, cronometrat din momentul în care trenul s-a pus în mișcare | | **1,5p** |
| | $l$ – lungimea unui vagon | | |
| | În timpul $t$, trenul a parcurs distanța $x=\frac{at^2}{2}$. | | |
| | În timpul $(t+t_1)$, trenul a parcurs distanța $x_1=\frac{a(t+t_1)^2}{2}$. | | |
| | Diferența acestor distanțe reprezintă lungimea penultimului vagon: | | |
| | $l=x_1-x$ | | |
| | $l=\frac{a}{2}(2tt_1+t_1^2)$ | 0,5p | |
| | În timpul $(t+t_1+t_2)$, trenul a parcurs distanța | | |
| | $x_2=\frac{a(t+t_1+t_2)^2}{2}$ | | |
| | Diferența distanțelor reprezintă lungimea ultimului vagon: | | |
| | $l=x_2-x_1$ | | |
| | $l=\frac{a}{2}(2tt_2+2t_1t_2+t_2^2)$ | 0,5p | |
| | $t=\frac{t_2^2+2t_1t_2-t_1^2}{2(t_1-t_2)}$ | 0,5p | |
| **A.** | **b)** $d=vt_1+v_2t_1$ | 0,5p | **1,5p** |
| | $d=v_1t+vt_2+v_2t_1$ | 0,5p | |
| | $t=t_1+t_2$ | | |
| | $d=\frac{(v+v_1)(v+v_2)}{2v}t$ | | |
| | $d=2625m$ | 0,5p | |
| | **c)** I. $d'=vt_1-v_2t_1$ | 0,5p | **3p** |
| | $d'+v_2t_1=v_1t+vt_2$ | 0,5p | |
| | $d'=\frac{(v-v_2)(v+v_1)}{2v}t$ | | |
| | $d'=875\ m$ | 0,5p | |
| | II. $d''=vt_1-v_1t_1$ | 0,5p | |
| | $d''+v_1t_1=v_2t+vt_2$ | 0,5p | |
| | $d''=\frac{(v-v_1)(v+v_2)}{2v}t$ | | |
| | $d''=375\ m$ | 0,5p | |
| **B.** | $m_2:\ F-F_f=m_2a_2$ | 0,5p | **3p** |
| | $F_f'=F_f$ | | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $m_1: \ F'_f = m_1 a_1 \ ; \ \ F_f = m_1 a_1$<br>$m_2$ are tendința de deplasare:<br>$F_f \le \mu N \ ; \ N = m_2 g \ ;$<br>Pentru $\mu N = \mu m_2 g$<br>$a_{1_{max}} = \frac{F_{fm}}{m_1} \ ; \ \ a_{1_{max}} = \frac{\mu m_2 g}{m_1}$<br>Corpurile se vor deplasa cu aceeași accelerație, în raport cu solul, dacă $F \le F_m$.<br>$a_1 = a_2 = a \ ; \ \ a = \frac{F}{m_1+m_2}$, dacă $a \le a_{1_{max}}$<br>$F_m = m_2(a_{1_{max}} + \mu g)$<br>$F_m = \mu g \frac{m_2(m_1+m_2)}{m_1}$<br>Dacă $F > F_m \ \Rightarrow \ a_1 = a_{1_{max}} (a_1 - constant\breve{a})$<br>$a_2 = \frac{F - \mu m_2 g}{m_2}$ | 0,5p<br>0,5p<br>0,5p<br>0.5p<br>0,5p | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul I** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul II - *Învârteli*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a)** | Reprezentare corectă a forțelor<br>$\vec{T}+\vec{G_t}+\vec{F}_{cfx}=0$<br>$T=k\Delta x$<br>$k\Delta x = mgsin\theta + m\omega^2(L_0+\Delta x)cos^2\theta$<br>Folosind $x=L_0+\Delta x$ duce la<br>$x=\dfrac{mgsin\theta+kL_0}{k-m\omega^2cos^2\theta}$<br>Utilizarea datelor din tabelul din enunț conduce la rezultatul<br>$m \simeq 1$ kg<br>$L_0 \simeq 0{,}15$ m<br>Se acceptă valori aproximative. | 0,75p<br>0,75p<br>0,5p<br>0,5p<br>0,75p<br>0,75p | **4** |
| **b)** | Condiția limită pentru determinarea unghiului maxim la care corpul de masă $m$ încă atinge planul este:<br>$N=0\ N$<br>$\vec{N}+\vec{G_N}+\vec{F}_{cfy}=0$<br>$mgcos\theta = m\omega^2\dfrac{mgsin\theta+kL_0}{k-m\omega^2cos^2\theta}cos\theta sin\theta$<br>$g=\omega^2\dfrac{mgsin\theta+kL_0}{k-m\omega^2cos^2\theta}sin\theta$<br>$sin\theta=\dfrac{kg-mg\omega^2}{kL_0\omega^2}$<br>$sin\theta=\frac{1}{3}$ | 0,5p<br>1p<br>0,5p<br>0,5p<br>0,5p | **3** |
| **c)** | Cele două condiții de extrem pentru pozițiile de echilibru sunt:<br>$k\Delta x_1+\mu mgcos\theta = mgsin\theta$<br>$k\Delta x_2 = \mu mgcos\theta + mgsin\theta$<br>Dacă $D$ este distanța dintre cele două poziții:<br>D= $\Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{2\mu mgcos\theta}{k}$<br>$D \simeq 1$ cm | 0,5p<br>0,5p<br>0,5p<br>0,5p | **2** |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul II** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**IX**

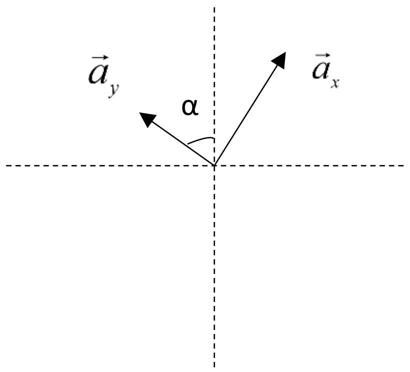
**Olimpiada de Fizică**

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**

**9 martie 2025**

**Barem de evaluare și de notare**

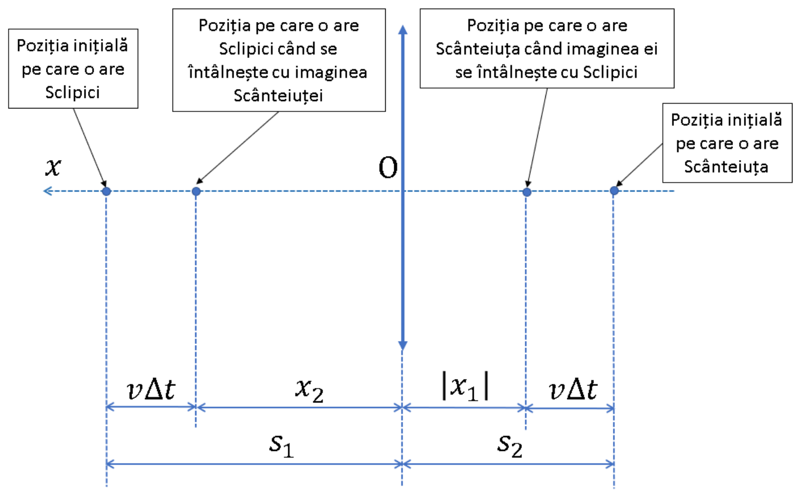


<table>
<tr><th colspan="2">Barem Subiectul III - Accelerații</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a)</td><td><br><br>$|a_x| \cdot \cos(90-\alpha) + a_y \cdot \cos\alpha = 9{,}8$;<br>Cum $a_y = 4{,}9\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, atunci $\alpha \simeq 60^\circ$</td><td>0,5p<br>1p<br>0,5p</td><td>2p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>- În sistemul de referință al smartphone-ului accelerația pe verticală, în cădere liberă, este 0 m/s$^2$.<br>$|a_x| \cdot \sin\alpha + a_y \cdot \cos\alpha = 9{,}8$ (în raport cu suprafața orizontală)<br>$\sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 9{,}8$<br>$|a_x| = 4{,}9\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $|a_y| = 4{,}9\sqrt{3}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8{,}5\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$</td><td>0,25p<br>0,25p<br>0,25p<br>0,25p</td><td>1p</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$m \cdot \vec{g} + C \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{a}$<br>$m \cdot g - C \cdot v = m \cdot a$<br>Cum $a = g - a_z$,<br>$a_z = \dfrac{C}{m} \cdot v$</td><td>0,25p<br>0,25p<br>0,25p<br>0,25p</td><td>1p</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>- La $t = 0{,}305$ s, $v_1 = 0$ m/s și $a_z = 0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (momentul eliberării telefonului)<br>Accelerația față de suprafața orizontală este $a = g - a_z$.<br>
<table>
<tr><td>$a$/(m/s$^2$)</td><td>9,80</td><td>9,70</td><td>9,60</td><td>9,50</td><td>9,40</td><td>9,30</td><td>9,20</td></tr>
<tr><td>$t$/s</td><td>0,305</td><td>0,345</td><td>0,385</td><td>0,425</td><td>0,465</td><td>0,505</td><td>0,545</td></tr>
</table>
Aria de sub graficul curbei $a(t)$ între $t = 0{,}305$ s și $t = 0{,}545$ s este viteza telefonului la finalul acestui interval (suma ariilor trapezelor de sub grafic, fiecare cu înălțimea $\Delta t = 0{,}040$ s).<br>$v_{\max} = \left( \dfrac{a_1 + a_2}{2} + \dfrac{a_2 + a_3}{2} + \dfrac{a_3 + a_4}{2} + \dfrac{a_4 + a_5}{2} + \dfrac{a_5 + a_6}{2} + \dfrac{a_6 + a_7}{2} \right) \cdot \Delta t$<br>$v_{\max} \simeq 2{,}28\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.</td><td>2x0,25<br>0,25p<br>0,5<br>0,25p<br>0,25<br>0,25p</td><td>3,5p</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

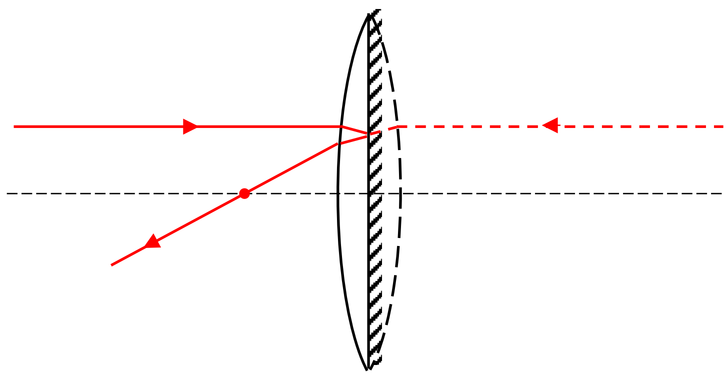
<table>
<tr><td></td><td>Cum $v=\frac{m}{C}a_z$, unde $\frac{m}{C}=6,00\ \text{s}$, atunci<br><table><tr><td>$v/(\text{m/s})$</td><td>0</td><td>0,60</td><td>1,20</td><td>1,80</td><td>2,40</td><td>3,00</td><td>3,60</td></tr><tr><td>$t/\text{s}$</td><td>0,305</td><td>0,345</td><td>0,385</td><td>0,425</td><td>0,465</td><td>0,505</td><td>0,545</td></tr></table>Aria de sub graficul curbei $v(t)$ între $t=0,305\ \text{s}$ și $t=0,545\ \text{s}$ este distanța parcursă de telefon în intervalul de timp considerat (suma ariilor trapezelor de sub grafic, fiecare cu înălțimea $\Delta t=0,040\ \text{s}$).<br>$d_{\max}=\left(\frac{v_1+v_2}{2}+\frac{v_2+v_3}{2}+\frac{v_3+v_4}{2}+\frac{v_4+v_5}{2}+\frac{v_5+v_6}{2}+\frac{v_6+v_7}{2}\right)\cdot\Delta t$<br>$d_{\max}\simeq 0,43\ \text{m}$.</td><td>0,25p<br>0,5p<br>0,25p<br>0,25p<br>0,25p</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>$v(t)=\frac{m\cdot g}{C}+(v_0-\frac{m\cdot g}{C})\cdot e^{-\frac{C\cdot t}{m}}$ și $t\to\infty$ rezultă<br>$v(\infty)=\frac{m\cdot g}{C}=v_{\text{limita}}$<br>$v_{\text{limita}}>v_{\max}$; răspuns NU</td><td>0,5p<br>0,5p<br>0,5p</td><td>1,5p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Oficiu</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Total subiectul III</td><td></td><td>10</td></tr>
</table>

*Barem propus de:*
*Prof. dr.* ***Daniel LAZĂR*** *– Colegiul Național „Iancu de Hunedoara”, Hunedoara*
*Prof.* ***Marian ANGHEL*** *– Liceul Teoretic „Petre Pandrea”, Balș*
*Prof.* ***Victor STOICA*** *– Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București*

| Barem Subiectul I. *Lentilă și ... licurici* | | Parțial | Punctaj |
|---|---|---|---|
| a. | Pentru prima poziția a lentilei:<br>$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}$$<br>$$D=-x_1+x_2$$ | 0,50p | 3 |
| | Efectuând calculele se obține ecuația:<br>$$x_1^2+Dx_1+Df=0$$ | 0,50p | |
| | Cu soluțiile:<br>$$x_1=\frac{-D+\sqrt{D^2-4Df}}{2}$$<br>$$x'_1=\frac{-D-\sqrt{D^2-4Df}}{2}$$ | 0,50p | |
| | Distanța între cele două poziții determinate ale lentilei pentru a obține pe ecran două imagini clare ale licuriciului este:<br>$$d=-x'_1-(-x_1)$$ | 0,25p | |
| | Efectuând calculele, distanța focală a lentilei este:<br>$$f=\frac{D^2-d^2}{4D}$$ | 0,50p | |
| | Numeric: $f=15\ \mathrm{cm}=0{,}15\ \mathrm{m}$ | 0,25p | |
| | Deoarece:<br>$$f>0$$<br>***lentila este convergentă.*** | 0,25p | |
| | Distanțele de la lentilă la Sclipici sunt:<br>$$x_1=-20\ \mathrm{cm}=-0{,}20\ \mathrm{m}$$<br>$$x'_1=-60\ \mathrm{cm}=-0{,}60\ \mathrm{m}$$ | 0,25p | |
| b. | Cu notațiile din ***Figura 1.R.***:<br><br><br>***Figura 1.R.***<br>$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{\lvert x_1\rvert}=\frac{1}{f}$$ | 0,50p | 3 |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Unde: $$\lvert x_1\rvert = s_2 - v\Delta t$$ $$x_2 = s_1 - v\Delta t$$ | 0,50p | |
| | Efectuând calculele, obținem ecuația: $$v^2(\Delta t)^2 - v(s_1+s_2-2f)\Delta t + s_1 s_2 - (s_1+s_2)f = 0$$ | 0,50p | |
| | Cu soluțiile: $$(\Delta t)_{1,2} = \frac{1}{2v}\left[s_1+s_2-2f \pm \sqrt{(s_1-s_2)^2+4f^2}\right]$$ | 0,25p | |
| | Numeric: $$(\Delta t)_1 \cong 10{,}59\ \mathrm{s}$$ $$(\Delta t)_2 \cong 18{,}41\ \mathrm{s}$$ | 0,25p | |
| | Intervalul de timp în care Scânteiuța ajunge în focarul obiect al lentilei este: $$\Delta\tau = \frac{s_2 - f}{v};\ \Delta\tau = 12\ \mathrm{s}$$ | 0,25p | |
| | După intervalul de timp $\Delta\tau$ imaginea Scânteiuței va fi virtuală. | 0,25p | |
| | Deoarece: $$(\Delta t)_2 > \Delta\tau$$ soluția $(\Delta t)_2$ nu are sens fizic. | 0,25p | |
| | Intervalul de timp, de la începerea mișcării, în care Sclipici întâlnește imaginea Scânteiuței este: $$(\Delta t)_1 \cong 10{,}59\ \ \mathrm{s}$$ | 0,25p | |
| **c.** | Mărirea liniară longitudinală a lănțișorului luminos format din cei 15 licurici este: $$\gamma = \frac{x_2 - x'_2}{x_1 - x'_1}$$ unde $x_1$ și $x'_1$ sunt coordonatele extremităților lănțișorului luminos obiect, iar $x_2$ și $x'_2$ sunt extremitățile imaginii lănțișorului luminos. | 0,25p | **2** |
| | Din relația: $$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$$ | 0,25p | |
| | Cu $x_1 = -22{,}5$ cm și efectuând calculele obținem: $$x_2 = 45\ \mathrm{cm} = 0{,}45\ \mathrm{cm}$$ | 0,25p | |
| | Din relația: $$\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1} = \frac{1}{f}$$ | 0,25p | |
| | Unde: $$\lvert x'_1\rvert = \lvert x_1\rvert + 15\ell;\ x'_1 = -30\ \mathrm{cm} = -0{,}30\ \mathrm{m}$$ | 0,25p | |
| | Efectuând calculele obținem: $$x'_2 = 30\ \mathrm{cm} = 0{,}30\ \mathrm{m}$$ | 0,25p | |
| | Lungimea imaginii lănțișorului luminos este: $$L = 15\ \mathrm{cm} = 0{,}15\ \mathrm{m}$$ | 0,25p | |
| | Mărirea liniară longitudinală este: $$\gamma = 2$$ | 0,25p | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **d.** | În urma argintării feței plane a lentilei, convergența sistemului este: $C_s = -2C \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = -2\frac{1}{f}$ | 0,5p | **1** |
| | Distanța focală a sistemului obținut prin argintarea feței plane a lentilei este: $f_s = -\frac{f}{2}$ | 0,25p | |
| | Numeric: $f_s = -7{,}5\ \text{cm} = -0{,}075\ \text{m}$ | 0,25p | |
| | Metodă echivalentă: Având în vedere imaginea formată de oglinda plană, sistemul optic descris se comportă ca și cum fasciculul de raze paralele ar veni din stânga și ar trece printr-o lentilă biconvexă simetrică (sistemul acolat format din lentila plan-convexă și imaginea ei în oglinda plană). Focarul imagine se află în partea dinspre care vine inițial lumina, deci este caracterizat de o coordonată negativă, $f_s < 0$ <br> $\left\vert\frac{1}{f_s}\right\vert = (n-1)\frac{2}{R} = \frac{2}{f} \Rightarrow \vert f_s \vert = \frac{f}{2} \Rightarrow$ <br> $\vert f_s \vert = 7{,}5\ \text{cm} = 0{,}075\ \text{m}$ <br>  | (1p) | |
| **Oficiu** | | | **1** |
| **Total subiectul I** | | | **10** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul II.** ***Cilindru cu ....probleme*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **A.** | | | |
| **a.1.** | Din condiția de echilibru mecanic a fiecărui piston (pistoanele coboară încet) – sau din teorema de variație a energiei cinetice aplicată fiecărui piston, rezultă că: $F_0 + G = F_1$ | 0,50 | **2** |
| | de unde: $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ | 0,50 | |
| | și respectiv: $F_0 = F_2 + G$ | 0,50 | |
| | de unde: $p_2 = p_0 - \frac{mg}{S}$ | 0,50 | |
| | Se observă că cele două presiuni sunt constante, diferite și independente de izolarea termică a sistemului. | | |
| **a.2.i.** | Lucrul mecanic efectuat de gazul din compartimentul superior este: $L_{gaz,1} = -p_1V_1$<br>iar cel efectuat de gazul din compartimentul inferior este: $L_{gaz,2} = p_2V_2$ | 0,20p | **1** |
| | Sistemul fiind **izolat termic**, gazul nu primește și nu cedează căldură, astfel încât, conform primului principiu al termodinamicii: $\Delta U_1 + L_{gaz,1} + \Delta U_2 + L_{gaz,2} = 0$<br>unde: $\Delta U_1 = -\nu C_V T_1$ și $\Delta U_2 = \nu C_V T_2$ | 0,20p | |
| | Obținem: $p_1V_1 - p_2V_2 = \nu C_V T_2 - \nu C_V T_1$ | 0,20p | |
| | Deoarece: $\frac{C_V}{R} \neq 1$<br>rezultă că: $p_1V_1 - p_2V_2 = 0$ | 0,20p | |
| | de unde: $V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2}$<br>și în consecință $\ell_2 = \frac{p_1V_1}{Sp_2}$ | 0,20p | |
| **a.2.ii.** | Gazul este mereu în echilibru termic cu mediul înconjurător, temperatura finală este egală cu cea inițială. | 0,50p | **1** |
| | $V_2' = \frac{p_1V_1}{p_2}$<br>de unde<br>$\ell_2' = \frac{p_1V_1}{Sp_2}$<br>astfel:<br>$\frac{\ell_2'}{\ell_2} = 1$ | 0,50p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **B.** | | | |
|---|---|---|---|
| **b.1.** | Deoarece sistemul este izolat adiabatic: $$Q_1 + Q_2 = 0$$ | 0,50p | **2** |
| | Conform primului principiu al termodinamicii: $$\Delta U_1 + L_1 + \Delta U_2 + L_2 = 0$$ | 0,50p | |
| | Din teorema de variație a energiei cinetice: $$\Delta E_C = L_1 + L_2 + L_G$$ | 0,50p | |
| | Din cele trei relații rezultă că: $$\frac{\nu_1 R}{\gamma - 1}(T - T_1) + \frac{\nu_2 R}{\gamma - 1}(T - T_2) + \frac{mv^2}{2} - mgh = 0$$ | 0,50p | |
| **b.2.** | Fiecare gaz în parte suferă o transformare adiabatică, astfel că: <br>• pentru gazul din compartimentul superior: $$T_1 V_{01}^{\gamma-1} = T V_1^{\gamma-1}$$ • pentru gazul din compartimentul inferior: $$T_2 V_{02}^{\gamma-1} = T V_2^{\gamma-1}$$ | 0,80p | **3** |
| | Din ecuațiile pentru transformările adiabatice de mai sus obținem: $$x\frac{f}{1-f} = \frac{fV + Sh}{(1-f)V - Sh}$$ unde: $$x = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$ Rezultă: $$h = \frac{V}{S} f(1-f)\frac{x-1}{1+f(x-1)}$$ | 0,80p | |
| | Temperatura $T$ este: $$T = \left[fT_1^{\frac{1}{\gamma-1}} + (1-f)T_2^{\frac{1}{\gamma-1}}\right]^{\gamma-1} = T_2[1 + f(x-1)]^{\gamma-1}$$ | 0,80p | |
| | Viteza pistonului este: $$v = \sqrt{2gh + \frac{2R}{m(\gamma-1)}[\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 - (\nu_1 + \nu_2)T]}$$ cu $T$ și $h$ date mai sus. | 0,60p | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul II** | | | **10** |

<table>
<tr><th colspan="2">Barem Subiectul III. Forțe de rezistență</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td colspan="2">A.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="7">a.</td><td>Pentru Principiul al II-lea al mecanicii:<br>$$m\vec{a} = -kR\vec{v} + m\vec{g}$$<br>în proiecție pe axa mișcării, orientată în sus.<br>$$ma + kRv = -mg$$</td><td>0,25p</td><td rowspan="7">2</td></tr>
<tr><td>Masa grăuntelui se poate exprima ca:<br>$$m = \rho V = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td>Identificăm ecuația, conform indicației:<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 \cdot a + kR \cdot v = -\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g$$<br>Unde:<br>$$m = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$$<br>$$b = kR$$<br>$$F = -\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g.$$<br>Ecuațiile care rezultă sunt:<br>$$v(t) = v_0 \cdot e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}} - \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}\right)$$<br>$$x(t) = \left(v_0 + \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\right) \cdot \frac{4\pi\rho R^2}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}\right) - \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k} \cdot t$$</td><td>0,50p</td></tr>
<tr><td>În momentul $t_0$, viteza corpului trebuie să se anuleze, prin urmare este valabilă relația:<br>$$v_0 = \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\left(e^{\frac{3kt_0}{4\pi\rho R^2}} - 1\right)$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td>Valoarea numerică a vitezei inițiale:<br>$$v_0 = 20\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td>La $t_0$, este valabilă relația:<br>$$h = x(t_0) = \left(v_0 + \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\right) \cdot \frac{4\pi\rho R^2}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt_0}{4\pi\rho R^2}}\right) - \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k} \cdot t_0$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td>Valoarea numerică a înălțimii maxime:<br>$$h = 8\ \mathrm{m}$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td rowspan="3">b.</td><td>Aplicăm teorema de variație a impulsului:<br>$$(\vec{F}_{rm} + \vec{G})\Delta t = \Delta\vec{p}$$</td><td>0,25p</td><td rowspan="3">1,5</td></tr>
<tr><td>Unde:<br>$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$</td><td>0,25p</td></tr>
<tr><td>Teorema de variație a impulsului proiectată pe direcția și în sensul mișcării este:<br>$$-F_{rm} - G = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$$</td><td>0,25p</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Deci:<br>$$-F_{r_m} - mg = -\frac{mv_0}{t_0}$$</td><td>0,25p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Rezultă:<br>$$F_{r_m} = m\left(\frac{v_0}{t_0} - g\right)$$</td><td>0,25p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Valoarea numerică a forței medii de rezistență este:<br>$$F_{r_m} = 16 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}$$</td><td>0,25p</td><td></td></tr>
<tr><td>c.</td><td>Viteza limită se atinge atunci când accelerația este nulă (forța de greutate se echilibrează cu forța de rezistență Stokes):<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g - kRv_{lim} = 0$$<br>Prin urmare:<br>$$v_{lim} = \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}$$</td><td>0,25p</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Valoarea numerică a vitezei limită:<br>$$v_{lim} = 8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$</td><td>0,25p</td><td></td></tr>
<tr><td>B.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a.</td><td>Pentru Principiul al II-lea al mecanicii:<br>$$m\vec{a} = -kR\vec{v} + m\vec{g}$$<br>Pe cele două axe ale mișcării, rezultă ecuațiile de mișcare:<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 a_x + kRv_x = 0$$<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 a_y + kRv_y = -\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g$$</td><td>0,75p</td><td>3,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Identificăm ecuația, conform indicației:<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 \cdot a_x + kR \cdot v_x = 0$$<br>unde $m = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$, $b = kR$, $F = 0$.<br><br>Deoarece:<br>$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$<br>Ecuațiile care rezultă sunt:<br>$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}$$<br>$$x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{4\pi\rho R^2}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}\right)$$</td><td>0,75p</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Identificăm ecuația, conform indicației:<br>$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 \cdot a_y + kR \cdot v_y = -\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g$$<br>unde $m = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$, $b = kR$, $F = -\frac{4\pi}{3}\rho R^3 g$.<br><br>Deoarece:<br>$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$<br>Ecuațiile care rezultă sunt:</td><td>0,75p</td><td></td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $$v_y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}} - \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}\right)$$ $$y(t) = \left(v_0 \sin\alpha + \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k}\right) \cdot \frac{4\pi\rho R^2}{3k}\left(1 - e^{-\frac{3kt}{4\pi\rho R^2}}\right) - \frac{4\pi\rho R^2 g}{3k} \cdot t$$ | | |
| | Punctul maxim al traiectoriei se atinge acolo unde $v_y(T) = 0$, prin urmare: $$e^{-\frac{3kT}{4\pi\rho R^2}} = \frac{4\pi\rho R^2 g}{4\pi\rho R^2 g + 3kv_0 \sin\alpha}$$ Adică: $$T = \frac{4\pi\rho R^2}{3k}\ln\left(1 + \frac{3kv_0 \sin\alpha}{4\pi\rho R^2 g}\right);\ T = 1\ \mathrm{s}$$ | 0,25p | |
| | La înălțimea maximă sunt valabile relațiile: $$X = x(T) = \frac{v_0^2 \cdot \sin\alpha \cos\alpha}{g + \frac{3kv_0 \sin\alpha}{4\pi\rho R^2}}$$ $$Y = y(T) = g\left(\frac{4\pi\rho R^2}{3k}\right)^2 \left[\frac{3kv_0 \sin\alpha}{4\pi\rho R^2 g} - \ln\left(1 + \frac{3kv_0 \sin\alpha}{4\pi\rho R^2 g}\right)\right]$$ | 0,50p | |
| | Valorile numerice ale coordonatelor punctului de maxim: $$X = 11{,}42\ \mathrm{m}$$ $$Y = 8{,}00\ \mathrm{m}$$ | 0,50p | |
| **b.** | Coordonatele și vitezele obiectului la $t_c$ se pot determina cu ajutorul ecuațiilor descoperite la **a)**. Valorile numerice sunt: $$y = 4{,}57\ \mathrm{m}$$ $$v_x = +1{,}63\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$ $$v_y = -5{,}71\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$ | 0,25p | **1,5** |
| | Energia totală a corpului în această stare este: $$E = \frac{4\pi\rho R^3}{3}\left[gy + \frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2)\right]$$ | 0,50p | |
| | Masa de acid benzoic ce poate fi sublimată cu întreaga cantitate de energie, în condițiile problemei este: $$M = \frac{nE}{\lambda_t + \lambda_v} = n \cdot \frac{4\pi\rho R^3}{3(\lambda_t + \lambda_v)}\left[gy + \frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2)\right]$$ | 0,50p | |
| | Valoarea numerică a masei: $$M = 1{,}19\ \mathrm{g}$$ | 0,25p | |
| Oficiu | | | **1** |
| **Total subiectul III** | | | **10** |

*Barem propus de:*
***Prof. dr. Gabriel FLORIAN**, Colegiul Național „Carol I”, Craiova*
***Prof. Constantin GAVRILĂ**, Colegiul Național „Sf. Sava”, București*
***Prof. Ovidiu TRIPȘA**, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă”, Brașov*

<table>
<tr><th colspan="2">Barem Subiectul I: Levitație și oscilații în câmp magnetic</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td rowspan="2">a)</td><td>Inducția magnetică B, în interiorul unui solenoid foarte lung, la mijlocul acestuia, este: $B = \mu_0 I_s n$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">1,5 p</td></tr>
<tr><td>Putem privi solenoidul ca fiind format din doi solenoizi foarte lungi, identici, aflați unul în continuarea celuilalt. În acest fel, câmpul magnetic în punctul aflat la mijlocul solenoidului este rezultatul suprapunerii câmpurilor create, la capăt, de cei doi solenoizi. Câmpurile magnetice fiind identice, inducția magnetică la capătul unui solenoid foarte lung este:<br>$$B_0 = \frac{B}{2} = \frac{1}{2}\mu_0 I_s n$$</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="6">b)</td><td>Considerăm inelul situat la distanța z de capătul solenoidului. Fluxul magnetic total este:<br>$$\Phi = B_z S + LI = B_0(1-\alpha z)S + LI$$<br>unde I este curentul indus în inel.</td><td>0,4</td><td rowspan="6">3,0 p</td></tr>
<tr><td>Supraconductorul conservă fluxul magnetic. Inițial, fluxul magnetic este zero, de aceea:<br>$$I(z) = -\frac{B_0(1-\alpha z)S}{L}$$<br>Semnul „minus” indică faptul că sensul curentului prin inel este opus sensului curentului prin spirele solenoidului. Prin urmare, inelul este respins de solenoid.</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>Forța electromagnetică dintre inel și solenoid are sensul de jos în sus.<br>$$F_z = F_{em} - mg = |I(z)|B_r 2\pi r_0 - mg$$<br>unde $r_0$ este raza inelului.</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>Se obține:<br>$$F_z = \frac{B_0^2(1-\alpha z)S^2}{L}2\beta - mg$$</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>La echilibru, $F_z = 0$, astfel:<br>$$B_0^2(1-\alpha z) = \frac{mgL}{2\beta S^2}$$</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>Înlocuind expresia pentru $B_0$, rezultă:<br>$$\left(\frac{1}{2}\mu_0 I_s n\right)^2(1-\alpha z) = \frac{mgL}{2\beta S^2}$$</td><td>0,4</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Pentru $z = 0$, se obține valoarea critică a curentului: $$I_s = I_c = \sqrt{\frac{mgL}{2\beta}\frac{2}{S\mu_0 n}}$$ | 0,3 | |
| | Numeric: $I_c = 11{,}1\ \mathrm{A}$ | 0,3 | |
| **c)** | Pentru $I_s > I_c$, inelul levitează deasupra solenoidului, la o înălțime $z = z_0$ (coaxial cu solenoidul). Astfel, $$(1 - \alpha z_0) = \left(\frac{I_c}{I_s}\right)^2$$ | 1,0 | **2,0 p** |
| | Dacă $I_s = 2I_c$, atunci $$z_0 = \frac{3}{4\alpha} = 2{,}1\ \mathrm{cm}$$ | 1,0 | |
| **d)** | În acest caz, $I_s = 2I_c =$ constant, iar inducția magnetică la capătul solenoidului este: $$B_0 = \mu_0 I_c n$$ | 0,5 | **2,5 p** |
| | Pentru o deplasare mică $\Delta z$ de la poziția de echilibru, se obține (folosind $z = z_0 + \Delta z$): $$F_z = \frac{B_0^2(1 - \alpha z_0)S^2}{L}2\beta - \frac{B_0^2 \alpha \Delta z S^2}{L}2\beta - mg$$ | 0,5 | |
| | $$F_z = -\frac{2\alpha\beta B_0^2 S^2}{L}\Delta z$$ | 0,5 | |
| | Se observă că această forță este cvasi-elastică, având coeficientul de elasticitate: $$k = \frac{2\alpha\beta B_0^2 S^2}{L}$$ | 0,5 | |
| | Frecvența micilor oscilații ale inelului, de-o parte și de alta a poziției de echilibru, este: $$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 6{,}0\ \mathrm{Hz}$$ | 0,5 | |
| | **Oficiu** | | **1 p** |
| | **Total Subiectul I** | | **10 p** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| **Barem Subiectul II: Sistem oscilant cu elemente elastice pneumatice.** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | În urma ciocnirii plastice cei doi cilindri se opresc dar pistoanele continuă să se deplaseze, în virtutea inerției, spre peretele masiv. Presupunem că acestea s-au deplasat față de poziția lor de echilibru cu o distanță mică notată cu $x$.<br>Volumele inițiale ocupate de gazele închise în cele trei compartimente sunt:<br>$V_{01}=2lS_1=2Sl$, $V_{02}=(S_1+S_2)l=3Sl$ și $V_{03}=2lS_2=4Sl$. | 0,3 | **3,5 p** |
| | După deplasarea pistoanelor spre peretele masiv cu distanța $x$, volumele celor trei compartimente devin:<br>$V_1=S(2l+x)$, $V_2=S(3l+x)$ și $V_3=2S(2l-x)$.<br>Observăm că $V_1>V_{01}$, $V_2>V_{02}$ și $V_3<V_{03}$ (gazele din compartimentele $(C_1)$ și $(C_2)$ se destind adiabatic, în timp ce gazul din compartimentul $(C_3)$ se comprimă adiabatic). | 0,3 | |
| | Presiunile gazelor din cele trei compartimente satisfac ecuația lui Poisson:<br>$p_1V_1^{\gamma}=p_0V_{01}^{\gamma}$, $p_2V_2^{\gamma}=p_0V_{02}^{\gamma}$ și $p_3V_3^{\gamma}=p_0V_{03}^{\gamma}$. | 0,3 | |
| | După efectuarea înlocuirilor și folosirea relației de aproximare menționată în nota de la finalul enunțului, se obțin următoarele rezultate pentru cele trei presiuni:<br>$p_1\cong p_0\left(1-\frac{\gamma x}{2l}\right)$, $p_2\cong p_0\left(1-\frac{\gamma x}{3l}\right)$ și $p_3=p_0\left(1+\frac{\gamma x}{2l}\right)$. | 0,3 | |
| | Forța rezultantă ce acționează asupra celor două pistoane este:<br>$F_{rez}=(p_1-p_2)S_1+(p_2-p_3)S_2$ | 0,3 | |
| | Prin înlocuirea presiunilor ($p_1, p_2$ și $p_3$), a ariilor ($S_1$ și $S_2$) și a exponentului adiabatic $\gamma=\frac{5}{3}$ se obține: $F_{rez}=-\frac{55p_0S}{18l}x$ | 0,5 | |
| | Deci forța rezultantă care readuce pistoanele spre poziția lor de echilibru este de tip elastic, iar constanta elastică echivalentă are expresia:<br>$k_{ech.}=\frac{55p_0S}{18l}$. | 0,5 | |
| | Perioada micilor oscilații efectuate de cele două pistoane este:<br>$T_{osc.}=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k_{ech.}}}$. | 0,5 | |
| | După înlocuirea maselor și constantei elastice echivalente se obține:<br>$T_{osc.}=2\pi\sqrt{\frac{54ml}{55p_0S}}$. | 0,5 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **b.** | Întrucât cilindrii sunt rigizi și confecționați din materiale termoizolatoare, energia totală a sistemului format din cele două pistoane împreună cu gazele ideale închise în cele trei compartimente se conservă: $E_i = E_f$. | 0,5 | **3,5 p** |
| | Energia totală în starea inițială a sistemului este: $E_i = \frac{3mv_{max}^2}{2} + \nu_1 C_V T_0 + \nu_2 C_V T_0 + \nu_3 C_V T_0$. | 0,5 | |
| | Energia totală în starea finală a sistemului este: $E_f = \nu_1 C_V T_1 + \nu_2 C_V T_2 + \nu_3 C_V T_3$, în care $T_1$, $T_2$ și $T_3$ sunt temperaturile finale ale gazelor închise în cele trei compartimente. | 0,5 | |
| | Se obține pentru viteza maximă relația: $v_{max} = \sqrt{\frac{R}{m}\left[\nu_1(T_1 - T_0) + \nu_2(T_2 - T_0) + \nu_3(T_3 - T_0)\right]}$ | 0,5 | |
| | Pentru exprimarea temperaturilor finale $T_1$, $T_2$ și $T_3$ putem folosi ecuația transformării adiabatice scrisă sub forma: $TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$ sau $T = T_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1}$ | 0,2 | |
| | Volumele inițiale ocupate de gazele închise în cele trei compartimente înainte de momentul ciocnirii cu peretele masiv (*care au fost deja exprimate și punctate la rezolvarea punctului a*) sunt: $V_{01} = 2lS_1 = 2Sl$, $V_{02} = (S_1 + S_2)l = 3Sl$ și $V_{03} = 2lS_2 = 4Sl$. | - | |
| | Volumele finale ocupate de gazele închise în cele trei compartimente în momentul opririi pistoanelor sunt: $V_1 = 3lS_1 = 3Sl$, $V_2 = 2lS_2 = 4Sl$ și $V_3 = lS_2 = 2Sl$. | 0,3 | |
| | După înlocuire se obțin următoarele rezultate pentru temperaturi: $T_1 = T_0\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$, $T_2 = T_0\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$ și $T_3 = T_0\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{2}{3}}$. | 0,3 | |
| | Pentru a cantitățile de gaz din cele trei compartimente putem folosi ecuația termică de stare a gazului ideal scrisă pentru starea gazelor ce corespunde poziției de echilibru a pistoanelor: $p_0 V_0 = \nu R T_0$ sau $\nu = \frac{p_0 V_0}{R T_0}$. | 0,2 | |
| | Se obține: $\nu_1 = \frac{p_0 V_{01}}{RT_0} = \frac{2p_0 Sl}{RT_0}$, $\nu_2 = \frac{p_0 V_{02}}{RT_0} = \frac{3p_0 Sl}{RT_0}$ și $\nu_3 = \frac{p_0 V_{03}}{RT_0} = \frac{4p_0 Sl}{RT_0}$. | 0,3 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Rezultat final: $v_{max} = \sqrt{\frac{p_0 S l}{m}\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} + 3\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} + 4\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{2}{3}} - 9\right]}$. | 0,2 | |
| **c.** | Presiunile gazelor pot fi determinate cu ecuația lui Poisson scrisă pentru stările de dinaintea ciocnirii cu peretele masiv și stările ce corespund momentului în care pistoanele sau oprit: $pV^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma}$ sau $p = p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma}$. | 0,5 | **2,0 p** |
| | Înlocuind volumele inițiale și finale pentru cele trei gaze monoatomice ( $\gamma = \frac{5}{3}$) se obține: $p_1 = p_0\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{3}}$, $p_2 = p_0\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{5}{3}}$ și $p_3 = p_0\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{5}{3}}$. | 1,5 | |
| | O a doua variantă de rezolvare a punctului c) se bazează pe utilizarea ecuației Clapeyron - Mendeleev scrisă pentru stările ce corespund momentului în care pistoanele sau oprit, folosind expresiile cunoscute de la rezolvarea punctului b) pentru cantitățile de gaz ($\nu_1$, $\nu_2$ și $\nu_3$), pentru temperaturilor finale ($T_1$, $T_2$ și $T_3$) și pentru volumele finale ($V_1$,$V_2$ și $V_3$ ). | - | |
| Oficiu | | | **1 p** |
| **Total subiectul II** | | | **10 p** |

<table>
<tr><th colspan="2">Barem Subiectul III – Tubul lui Kundt</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a.</td><td>Sarcina de lucru nr. 1</td><td></td><td rowspan="5">1,0 p</td></tr>
<tr><td></td><td>- în tub se formează unde staționare longitudinale, ca urmare a interferenței undei sonore produse de oscilațiile discului D cu unda reflectată de discul D’.</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td></td><td>- În nodurile de presiune, amplitudinea variațiilor de presiune este nulă, dar viteza mișcării ordonate a particulelor de aer este maximă; în ventrele de presiune, amplitudinea variațiilor de presiune este maximă, dar viteza este nulă.</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td></td><td>- Pulberea fină din tub este antrenată de mișcarea aerului. Deoarece în nodurile de presiune viteza aerului este maximă, pulberea este îndepărtată din nodurile de presiune și acumulată în ventre, formând grămăjoarele observate.</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td></td><td>- Grămăjoarele sunt echidistante deoarece în unda staționară distanța dintre două ventre alăturate este $d = \frac{\lambda}{2}$</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>b.</td><td>Sarcina de lucru nr. 2</td><td></td><td rowspan="8">3,5 p</td></tr>
<tr><td></td><td>- Completarea unui tabel cu valorile calculate ale perioadei și lungimii de undă
<table>
<tr><th>Nr. crt.</th><th>$T\ /10^{-4}\text{s}$</th><th>$\lambda\ /10^{-2}\text{m}$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2,5</td><td>8,0</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3,0</td><td>10,0</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3,3</td><td>11,0</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4,0</td><td>14,0</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5,0</td><td>16,0</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6,25</td><td>21,0</td></tr>
<tr><td>7</td><td>9,1</td><td>30,0</td></tr>
<tr><td>8</td><td>10,0</td><td>33,0</td></tr>
</table></td><td>1,6</td></tr>
<tr><td></td><td>$\lambda = \text{v} \cdot T$</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td></td><td>- Alegerea scalei pe cele două axe astfel încât graficul să ocupe cât mai bine suprafața de hârtie milimetrică disponibilă (pentru precizie ridicată)</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td></td><td>- Indicarea pe axe a mărimilor fizice, a unităților de măsură și a valorilor numerice</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td></td><td>- Reprezentarea celor 8 puncte experimentale</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td></td><td>- Trasarea dreptei care reprezintă dependența cerută, prin origine și printre punctele experimentale</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td></td><td>- Calcularea vitezei sunetului ca pantă a graficului. Se acceptă valori între $330\frac{\text{m}}{\text{s}}$ și $334\frac{\text{m}}{\text{s}}$</td><td>0,2</td></tr>
</table>

**Olimpiada de Fizică**
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**
**9 martie 2025**
**Barem de evaluare și de notare**



| | | | |
|---|---|---|---|
| **c.** | **Sarcina de lucru nr. 3** | | **1,5 p** |
| | Sunetul emis de tija de alamă creează unde staționare în aerul din tubul lui Kundt, iar distanța dintre două grămăjoare consecutive este $d = \frac{\lambda_{aer}}{2}$ | 0,3 | |
| | Frecvența oscilațiilor este: $\nu = \frac{\mathrm{v}_{aer}}{\lambda_{aer}}$ | 0,3 | |
| | Tija oscilează în modurile proprii ale unei bare fixate la mijloc și liberă la capete. Lungimea este relativ mică, deci este avantajat modul fundamental: $\ell = \frac{\lambda_{alamă}}{2}$ | 0,3 | |
| | $\mathrm{v}_{alamă} = \lambda_{alamă} \cdot \nu \Rightarrow \mathrm{v}_{alamă} = \frac{\mathrm{v}_{aer} \cdot \ell}{d}$ | 0,3 | |
| | Numeric: $\mathrm{v}_{alamă} = 3{,}5 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ | 0,3 | |
| **d.** | **Sarcina de lucru nr. 4** | | **1,5 p** |
| | $\mathrm{v} = \mathrm{v}(p, \rho) \Rightarrow \mathrm{v} = a \cdot p^{\alpha} \cdot \rho^{\beta}$, unde $a$ este o constantă adimensională | 0,3 | |
| | $\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sau $[\mathrm{v}] = L \cdot T^{-1}$ | 0,2 | |
| | $\langle p \rangle = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2}$ sau $[p] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$ | 0,2 | |
| | $\langle \rho \rangle = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ sau $[\rho] = M \cdot L^{-3}$ | 0,2 | |
| | Obținem: $\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -\alpha - 3\beta = 1 \\ -2\alpha = -1 \end{cases}$ | 0,3 | |
| | Rezultă $\alpha = \frac{1}{2}$ și $\beta = -\frac{1}{2}$, deci $\mathrm{v} = a \cdot \sqrt{\frac{p}{\rho}}$ | 0,3 | |
| **e.** | **Sarcina de lucru nr. 5** | | **1,5 p** |
| | $pV = \nu RT \Rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$ | 0,2 | |
| | rezultă $\mathrm{v} = a \cdot \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$ | 0,2 | |
| | $\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{v}_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ | 0,2 | |
| | $\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{v}_0} = \sqrt{\frac{T_0 + \Delta T}{T_0}} \Rightarrow \mathrm{v} = \mathrm{v}_0 \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}}$ | 0,2 | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

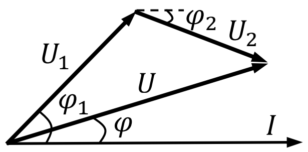
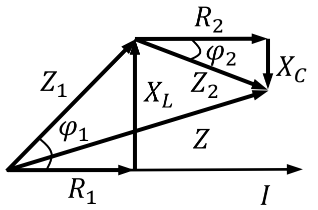
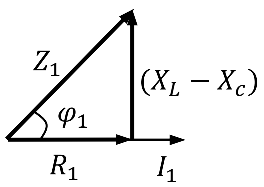
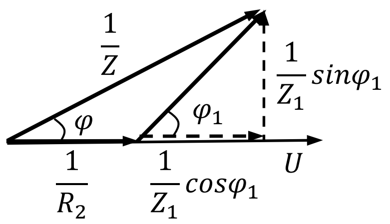
| | | | |
|---|---|---|---|
| | Pentru valori mici ale raportului $\frac{t}{T_0}$ obținem $v = v_0 + \frac{v_0}{2T_0}t$ | 0,2 | |
| | $v_0$ are semnificația de viteză a sunetului în aer la $0°C$, deci are valoarea determinată la sarcina de lucru nr. 2 | 0,2 | |
| | $k = \frac{v_0}{2T_0} \Rightarrow k = 0,6\frac{m}{s \cdot K}$ | 0,3 | |
| Oficiu | | | **1 p** |
| **Total subiectul III** | | | **10 p** |

*Barem propus de:*
***Prof. dr. Adrian BODNARESCU**, Colegiul Național „Eudoxiu Hurmuzachi”, Rădăuți*
***Prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU**, Liceul Teoretic “Mihail Kogălniceanu”, Vaslui*
***Prof. Aura VĂSII**, Colegiul Național Militar „Dimitrie Cantemir”, Breaza*
***Prof. Liviu BLANARIU**, Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație, București*

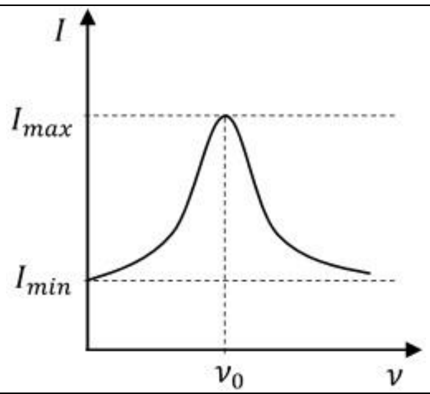
**Olimpiada de Fizică**
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București**
**9 martie 2025**
**Barem de evaluare și de notare**

**XII**



| **Barem Subiectul I** ***Circuite curent alternativ*** | | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **a.** | <br>Pe baza reprezentărilor fazoriale putem scrie următoarele relații: | 0,5p | **2,5p** |
| | $R_1 = Z_1 cos\varphi_1$ ; $X_L = Z_1 sin\varphi_1$<br>$R_2 = Z_2 cos\varphi_2$ ; $X_C = Z_2 sin\varphi_2$ | 0,4p | |
| | $Z_1 = \frac{U_1}{I}$ ; $Z_2 = \frac{U_2}{I}$ | 0,4p | |
| | $U_2^2 = U^2 + U_1^2 - 2UU_2 cos(\varphi_1 - \varphi)$<br>$U_1^2 = U^2 + U_2^2 - 2UU_1 cos(\varphi_2 + \varphi)$ | 0,8p | |
| | $\varphi_1 \cong 46{,}38^o$<br>$\varphi_2 \cong 16{,}34^o$ | | |
| | $R_1 \cong 138\Omega$ ; $(X_L \cong 144{,}79\Omega)$ ; $L \cong 115{,}28$mH;<br>$R_2 \cong 144\Omega$ ; $(X_C \cong 42{,}20\Omega)$; $C \cong 18{,}87\mu$F | 0,4p | |
| **b.** | Impedanța circuitului este dată de relația:<br>$\bar{Z} = \frac{R_2[R_1 + j(X_L - X_C)]}{R_2 + R_1 + j(X_L - X_C)} = R_2 \frac{R_1(R_1+R_2) + (X_L - X_C)^2}{(R_1+R_2)^2 + (X_L - X_C)^2} + jR_2{}^2 \frac{X_L - X_C}{(R_1+R_2)^2 + (X_L - X_C)^2}$<br>La rezonanță $Im\,\bar{Z} = 0 \Rightarrow (X_L - X_C) = 0$ , respectiv $X_L = X_C$<br>și de aici obținem $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cong 108\ Hz.$ | 1p | **1p** |
| | *O altă abordare:*<br>Utilizând reprezentarea fazorială:<br><br>la rezonanță defazajul trebuie să fie nul, $\varphi = 0^o$, respectiv:<br>$\frac{1}{Z}sin\varphi = \frac{1}{Z_1}sin\varphi_1 = \frac{X_L - X_C}{Z_1^2} = 0 \Rightarrow (X_L - X_C) = 0$, respectiv $X_L = X_C$<br>și de aici obținem $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cong 108\ Hz.$ | (1p) | |
| **c.** | La frecvențe foarte mici, $\omega \to 0$, $X_C \to \infty$, condensatorul împiedică trecerea curentului prin ramura $LC$, deci curentul va trece doar prin rezistorul $R_2$, valoarea efectivă fiind:<br>$I_{min} = I_2 = \frac{U}{R_2} \cong 208mA.$ | 0,5p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td rowspan="5"></td><td>La frecvențe foarte mari, $\omega \to \infty$, $X_L \to \infty$, bobina împiedică trecerea curentului prin ramura $LC$, deci curentul va trece doar prin rezistorul $R_2$, valoarea efectivă fiind:<br>$I_{min} = I_2 = \frac{U}{R_2} \cong 208mA.$</td><td>0,5p</td><td rowspan="5">2,5p</td></tr>
<tr><td>În aceste situații, impedanța are valoarea maximă, $Z_{max} = R_2$</td><td></td></tr>
<tr><td>La frecvența de rezonanță $X_L = X_C$, ramura $L, R_1, C$ are un comportament pur rezistiv, curentul din această ramură are intensitatea efectivă:<br>$I_1 = \frac{U}{R_1} \cong 217\ mA.$<br>Curentul total (circuit pur rezistiv) va avea valoarea efectivă:<br>$I_0 = I_{max} = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R_p} = 425mA$<br>În această situație impedanța are valoare minimă: $Z_{min} = \frac{R_1R_2}{R_{1+}R_2}$</td><td>0,5p</td></tr>
<tr><td>O altă abordare:<br>$$I = \frac{U}{Z} = U\sqrt{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_1}cos\varphi_1\right)^2 + \left(\frac{1}{Z_1}sin\varphi_1\right)^2}$$<br>După calcule obținem:<br>$$I = U\sqrt{\frac{1}{R_2^2} + \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2}\right)\frac{1}{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$<br>Atât la frecvențe foarte mici, cât și la frecvențe foarte mari:<br>$\left.\begin{array}{l}\omega \to 0\\ \omega \to \infty\end{array}\right\} \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \to \infty$ și intensitatea efectivă va fi minimă,<br>$I_{min} = I_2 = \frac{U}{R_2} \cong 208mA.$<br>La rezonanță $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = 0$ și intensitatea efectivă va fi maximă,<br>$$I_{max} = U\sqrt{\frac{1}{R_2^2} + \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2}\right)\frac{1}{R_1^2}} = U\frac{R_1 + R_2}{R_1R_2} = \frac{U}{R_p} = 425mA$$</td><td>(1,5p)</td></tr>
<tr><td>Reprezentare grafică: 1p<br></td><td>1p</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $I \geq \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z \leq \sqrt{2} \cdot Z_{min}$ | 0,5p | |
| | Din ecuația $\frac{U}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{U}{Z_{min}}$, respectiv, $$\sqrt{\frac{1}{R_2^2} + \left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)\frac{1}{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}$$ se obține după calcule relația: $$\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = R_1^2\frac{(R_1+R_2)^2}{R_2^2 + 2R_1R_2 - R_1^2} = a^2$$ | 0,5p | |
| **d.** | Putem scrie ecuația: $LC\omega^2 \pm aC\omega - 1 = 0$ . Soluțiile pozitive acestei ecuații reprezintă pulsațiile de tăiere: $$\omega_1 = \frac{-aC + \sqrt{a^2C^2 + 4LC}}{2LC}$$ și $$\omega_2 = \frac{aC + \sqrt{a^2C^2 + 4LC}}{2LC}$$ | 0,5 | **2p** |
| | Se observă cu ușurință că: $$\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{a^2C^2 + 4LC - a^2C^2}{4L^2C^2} = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$ respectiv, $\nu_1 \cdot \nu_2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} = \nu_0^2$ | 0,5 | |
| **e.** | Pentru ca prin ampermetru să nu treacă curent trebuie îndeplinită relația: $$\bar{Z}_1 \cdot \bar{X}_C = \bar{R}_2 \cdot \bar{Z}_3$$ $$(R_1 + jL\omega)\left(-j\frac{1}{C\omega}\right) = R_2\left(R_3 - j\frac{1}{C_3\omega}\right)$$ | 0,4 | **1p** |
| | $$\frac{L}{C} - j\frac{R_1}{C\omega} = R_2R_3 - j\frac{R_2}{C_3\omega}$$ | 0,2 | |
| | Obținem: $R_3 = \frac{L}{R_2C}$ și $C_3 = C\frac{R_2}{R_1}$ | 0,2 | |
| | $R_3 \cong 42{,}42\Omega$ și $C_3 \cong 19{,}69\mu\text{F}$ | 0,2 | |
| Oficiu | | | **1p** |
| **Total subiectul I** | | | **10p** |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

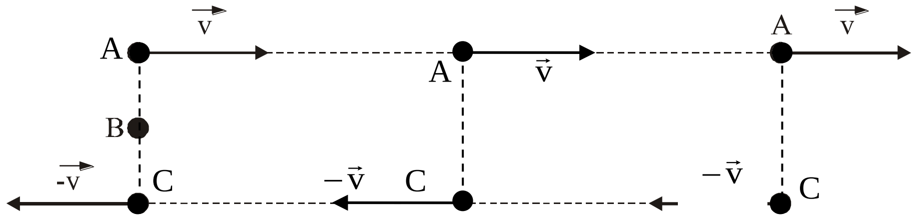
| | **Barem Subiectul II**<br>***Imagini în dioptrul plan*** | **Parțial** | **Punctaj** |
|---|---|---|---|
| **A** | Imaginea sursei S se află la distanța *y* față de suprafața lichidului:<br>$\frac{y}{n_{aer}}=\frac{H}{n_0}$ | 0,3p | **0,5p** |
| | Distanța dintre sursă și imaginea sursei:<br>$\Delta y=H\left(1-\frac{1}{n_0}\right)$ | 0,2p | |
| **B** | Imaginea $S_1$ a sursei S în dioptrul plan care separă cele două lichide nemiscibile se află la distanța $y_1$ față de suprafața de separare a lichidelor:<br>$\frac{y_1}{n_2}=\frac{H}{n_1}$ | 0,3p | **1p** |
| | Imaginea $S_2$ a obiectului $S_1$ în dioptrul plan care separă cel de-al doilea lichid de aer se află la distanța $y_2$ față de această suprafață:<br>$\frac{y_2}{n_{aer}}=\frac{H+y_1}{n_2}$ | 0,3p | |
| | Distanța dintre sursă și imaginea sursei:<br>$\Delta y=2H-y_2$ | 0,2p | |
| | Obținem:<br>$\Delta y=H\left(2-\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)$ | 0,2p | |
| **C** | Imaginea sursei în stratul cu grosimea elementară $dy$ se formează, față de sursă, la distanța:<br>$dY=\left(1-\frac{1}{n_0\left(1+\varepsilon\frac{y}{H}\right)}\right)dy$ | 0,5p | **2p** |
| | Integrăm pentru întregul lichid:<br>$\int_0^{\Delta Y}dY=\int_0^H\left(1-\frac{1}{n_0\left(1+\varepsilon\frac{y}{H}\right)}\right)dy$ | 1p | |
| | Obținem:<br>$\Delta Y=H\left(1-\frac{1}{\varepsilon n_0}\ln(1+\varepsilon)\right)$ | 0,5p | |
| **D**<br>**a.** | Coordonatele sferei în timpul mișcării sale sunt:<br>$x_s=x_0+v_0t$ | 0,3p | **3p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $y_s = \frac{a}{2}t^2$ | | |
| | Accelerația sferei la deplasarea în lichid: $a = \left(\frac{\rho_0}{\rho_s} - 1\right)g$ | 0,3p | |
| | Ecuația traiectoriei sferei, $y_s = f(x_s)$: $y_s = \frac{g}{2v_0^2}\left(\frac{\rho_0}{\rho_s} - 1\right)(x_s - x_0)^2 = k \cdot (x_s - x_0)^2$ | 0,3p | |
| | Coordonata, $X$, a imaginii unui punct de pe traiectoria sferei este egală cu coordonata $x_s$ a sferei: $X = x_s$ | 0,3p | |
| | Notăm cu $Y$ coordonata imaginii punctului de coordonată $y_s$ de pe traiectoria sferei. Distanța dintre cele două puncte conjugate este: $\Delta Y = Y - y_s$ | 0,3p | |
| | Coordonata, $Y$, a imaginii unui punct de pe traiectoria sferei: $Y = y_s + \int_{y_s}^{H}\left(1 - \frac{1}{n_0\left(1 + \varepsilon\frac{y}{H}\right)}\right)dy$ | 0,5p | |
| | Obținem: $Y = H\left(1 - \frac{\ln(1+\varepsilon) - \ln\left(1 + \varepsilon\frac{y_s}{H}\right)}{\varepsilon n_0}\right)$ (*) | 0,3p | |
| | Ecuația traiectoriei imaginii sferei: $Y = H\left(1 - \frac{\ln(1+\varepsilon) - \ln\left(1 + \varepsilon k\frac{(x_s - x_0)^2}{H}\right)}{\varepsilon n_0}\right)$ | 0,3p | |
| | $Y = H\left(1 - \lim_{\varepsilon \to 0}\frac{\ln(1+\varepsilon) - \ln\left(1 + \varepsilon k\frac{(x_s - x_0)^2}{H}\right)}{\varepsilon n_0}\right) = H\left(1 - \frac{1}{n_0}\right) + \frac{k}{n_0}(x_s - x_0)^2$ | 0,4p | |
| **D b.** | Componenta, $V_X$, a vitezei imaginii unui punct de pe traiectoria sferei: $V_X = v_0$ | 0,2p | **2,5p** |
| | Componenta, $V_Y$, a vitezei imaginii unui punct de pe traiectoria sferei: $V_Y = \frac{dY}{dt}$ | 0,2p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Din relația (*): $V_Y = \frac{H}{\varepsilon n_0}\frac{d}{dt}\left(\ln\left(1+\varepsilon\frac{y_s}{H}\right)\right) = \frac{1}{n_0\left(1+\varepsilon\frac{y_s}{H}\right)}\frac{dy_s}{dt}$ | 1p | |
| | Componenta, $v_{y\_s}$ a vitezei sferei: $v_{y\_s} = at = \left(\frac{\rho_0}{\rho_s}-1\right)gt$ | 0,5p | |
| | Obținem viteza imaginii: $V = \sqrt{V_x^2+V_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \frac{1}{n_0^2\left(1+\frac{\varepsilon}{2H}\left(\frac{\rho_0}{\rho_s}-1\right)gt^2\right)^2}\cdot\left(\frac{\rho_0}{\rho_s}-1\right)^2 g^2t^2}$ | 0,3p | |
| | Pentru $\varepsilon = 0 \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^2+V_y^2} = \sqrt{v_0^2+\frac{1}{n_0^2}\cdot\left(\frac{\rho_0}{\rho_s}-1\right)^2 g^2t^2}$ | 0,3p | |
| **Oficiu** | | | **1p** |
| **TOTAL** | | | **10p** |

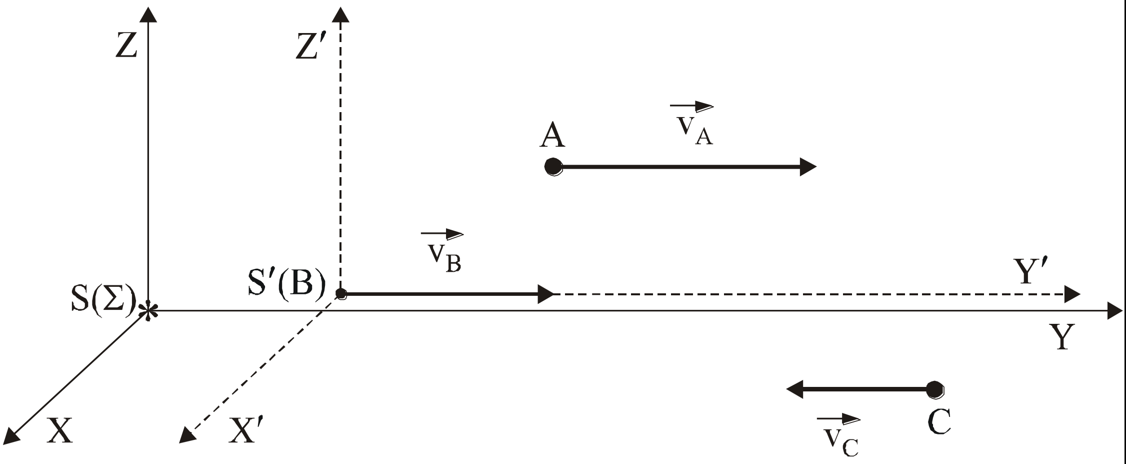
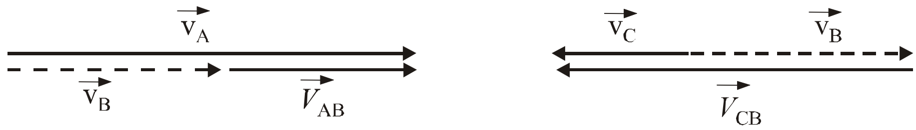
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><th>Barem Subiectul III Întâlnirile navelor cosmice relativiste</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>3,00 p</td><td>3,00 p</td></tr>
<tr><td>În desenul din figura 4 am considerat că nava cosmică B este un sistem de referinţă fix, faţă de care, în acord cu enunţul problemei, navele cosmice A şi C se deplasează cu vitezele relative $\vec{v}_{AB} = \vec{v}$ şi respectiv $\vec{v}_{CB} = -\vec{v}$, pentru care $v_{AB} = v_{CB} = v$, astfel încât, cele două viteze relative sunt egale în modul și de sens contrar, $\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{CB}$.<br><br><br>Fig. 4<br>---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------<br>-<br>Ca urmare, distanţa parcursă de nava cosmică A în raport cu nava cosmică B, de la întâlnirea navelor cosmice A – B până la întâlnirea navelor cosmice A – C, este egală cu distanţa parcursă de nava cosmică C în raport cu nava cosmică B, de la întâlnirea navelor cosmice C – A, până la întâlnirea navelor cosmice C – B.<br>Deplasarea navei cosmice A, de la întâlnirea cu nava cosmică B, când ceasornicele acestora s-au sincronizat, ambele să indice ora ”zero” şi până la întâlnirea navei cosmice A cu nava cosmică C, este un proces a cărui durată, măsurată cu ceasornicul navei cosmice A, se identifică chiar cu indicaţia $t'$ a ceasornicului navei cosmice A, indicație precizată în enunțul problemei, aceasta reprezentând timpul propriu al ceasornicului navei cosmice A, la întâlnirea cu nava cosmică C.<br>Durata aceluiaşi proces, (deplasarea navei cosmice A, de la întâlnirea cu nava cosmică B, până la întâlnirea cu nava cosmică C), măsurată cu ceasornicul navei cosmice B (din sistemul fix al navei cosmice B) este:<br>$$t_{1B} = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$<br>identificându-se chiar cu indicaţia ceasornicului navei cosmice B, în momentul întâlnirii navei cosmice A cu nava cosmică C.</td><td>0,50 p<br><br>1,00 p</td><td></td></tr>
<tr><td>De la întâlnirea navelor cosmice A şi C, când, sincronizându-se cu ceasornicul navei cosmice A, ceasornicul navei C indică şi el ora $t'$, şi până la întâlnirea navelor cosmice C şi B, deplasarea navei cosmice C în raport cu nava cosmică B reproduce, în sens invers, deplasarea navei cosmice A în raport cu nava cosmică B.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | |
|---|---|---|
| Ca urmare, durata deplasării navei cosmice C de la întâlnirea sa cu nava cosmică A şi până la întâlnirea navei cosmice C cu nava cosmică B, măsurată cu ceasornicul navei cosmice C este $t'$, astfel încât indicaţia ceasornicului navei cosmice C la întâlnirea sa cu nava cosmică B este $t_C = 2t'$, reprezentând timpul propriu al navei cosmice C la întâlnirea sa cu nava cosmică B.<br>Durata aceluiaşi proces, determinată cu ceasornicul navei cosmice B (din sistemul fix al navei cosmice B) va fi:<br>$$t_{2B} = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = t_{1B},$$<br>astfel încât indicaţia ceasornicului navei cosmice B la întâlnirea cu nava cosmică C este:<br>$$t_B = t_{1B} + t_{2B} = \frac{2\cdot t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$ | 1,00 p | |
| Diferenţa indicaţiilor ceasornicelor din navele cosmice B şi C la întâlnirea navelor cosmice B şi C este:<br>$$\Delta t = t_B - t_C = \frac{2\cdot t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 2t' = 2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)t'.$$<br>În variantă nerelativistă, când $v << c$, rezultă $\Delta t = 0$. | 0,50 p | |
| **b)** | **3,00 p** | **3,00 p** |
| Adoptând ca *sistem inerţial fix*, sistemul S, reprezentat în desenul din figura 5, sistem ataşat stelei $\Sigma$, sistem faţă de care cele trei nave cosmice sunt în mişcări rectilinii şi uniforme, cu vitezele $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ şi respectiv $\vec{v}_C$, precizate în enunţul problemei, iar *ca sistem inerţial mobil*, sistemul S′ ataşat navei cosmice B, şi ştiind că vitezele relative ale navelor cosmice A şi C, în raport cu nava cosmică B, sunt date de relaţiile:<br>$$\vec{v}_{AB} = \frac{\vec{v}_A - \vec{v}_B}{1-\frac{\vec{v}_A\cdot\vec{v}_B}{c^2}};\quad \vec{v}_{CB} = \frac{\vec{v}_C - \vec{v}_B}{1-\frac{\vec{v}_C\cdot\vec{v}_B}{c^2}},$$<br>rezultă:<br>$$\vec{v}_{AB} = \frac{\vec{v}_A - \vec{v}_B}{1-\frac{\vec{v}_A\cdot\vec{v}_B}{c^2}} = \frac{\vec{v}_A - \vec{v}_B}{1-\frac{v_A\cdot v_B}{c^2}};$$<br>$$\vec{v}_{CB} = \frac{\vec{v}_C - \vec{v}_B}{1-\frac{\vec{v}_C\cdot\vec{v}_B}{c^2}} = \frac{\vec{v}_C - \vec{v}_B}{1+\frac{v_C\cdot v_B}{c^2}};$$ | 0,50 p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | |
|---|---|---|
| $\vec{V}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = \left(1 - \frac{v_A \cdot v_B}{c^2}\right) \cdot \vec{v}_{AB}$; $\vec{V}_{CB} = \vec{v}_C - \vec{v}_B = \left(1 + \frac{v_C \cdot v_B}{c^2}\right) \cdot \vec{v}_{CB}$.<br><br><br>**Fig. 5** | | |
| Utilizând desenul din figura 6 rezultă:<br><br><br>**Fig. 6**<br>$V_{AB} = v_A - v_B = \left(1 - \frac{v_A \cdot v_B}{c^2}\right) \cdot v_{AB}$;<br>$v_{AB} = \dfrac{v_A - v_B}{1 - \dfrac{v_A \cdot v_B}{c^2}}$;<br>$V_{CB} = v_C + v_B = \left(1 + \frac{v_C \cdot v_B}{c^2}\right) \cdot v_{CB}$;<br>$v_{CB} = \dfrac{v_C + v_B}{1 + \dfrac{v_C \cdot v_B}{c^2}}$; | 1,50 p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | |
|---|---|---|
| $$v_{AB} = v_{CB};\ \frac{v_A - v_B}{1-\frac{v_A \cdot v_B}{c^2}} = \frac{v_C + v_B}{1+\frac{v_C \cdot v_B}{c^2}};$$ $$(v_A - v_B)\cdot\left(1+\frac{v_C\cdot v_B}{c^2}\right)=(v_C+v_B)\cdot\left(1-\frac{v_A\cdot v_B}{c^2}\right);$$ $$v_A+\frac{v_A\cdot v_B\cdot v_C}{c^2}-v_B-\frac{v_B^2\cdot v_C}{c^2}=v_C-\frac{v_A\cdot v_B\cdot v_C}{c^2}+v_B-\frac{v_A\cdot v_B^2}{c^2};$$ $$v_A-v_C+\frac{v_A\cdot v_B\cdot v_C}{c^2}-2\cdot v_B+\frac{v_A\cdot v_B^2}{c^2}-\frac{v_B^2\cdot v_C}{c^2}+\frac{v_A\cdot v_B\cdot v_C}{c^2}=0;$$ $$v_A-v_C+2\cdot\frac{v_A\cdot v_B\cdot v_C}{c^2}-2\cdot v_B+\frac{v_B^2}{c^2}\cdot(v_A-v_C)=0;$$ $$\frac{v_A - v_C}{c^2}\cdot v_B^2-2\cdot\left(1-\frac{v_A\cdot v_C}{c^2}\right)\cdot v_B+(v_A-v_C)=0;$$ $$\frac{v_A - v_C}{c^2}\cdot v_B^2-2\cdot\left(\frac{c^2 - v_A\cdot v_C}{c^2}\right)\cdot v_B+(v_A-v_C)=0;$$ $$v_B^2-2\cdot\frac{c^2-v_A\cdot v_C}{v_A-v_C}\cdot v_B+c^2=0;$$ $$(v_B)_{1,2}=\frac{c^2-v_A\cdot v_C}{v_A - v_C}\pm\sqrt{\left(\frac{c^2-v_A\cdot v_C}{v_A - v_C}\right)^2-c^2}.$$ reprezentând valorile posibile ale vitezei navei cosmice B, în raport cu steaua $\Sigma$, astfel încât vitezele relative ale navelor cosmice A și respectiv C, în raport cu nava cosmică B, să fie egale în modul și de sens contrar, ($\vec{v}_{AB}=-\vec{v}_{CB}$), în raport cu steaua $\Sigma$. | | |
| Caz particular : $v_A << c;\ v_C << c;$ **1)** $$(v_B)_1=\frac{c^2\left(1-\frac{v_A\cdot v_C}{c^2}\right)}{v_A - v_C}-\sqrt{c^4\cdot\left(\frac{1-\frac{v_A\cdot v_C}{c^2}}{v_A - v_C}\right)^2-c^2};$$ $$v_A\cdot v_C << c^2;\ \frac{v_A\cdot v_C}{c^2}<<1;$$ $$(v_B)_1=\frac{c^2}{v_A - v_C}-\sqrt{\frac{c^4}{(v_A-v_C)^2}-c^2};$$ | 0,50 p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | |
|---|---|---|
| $$(v_B)_1 = \frac{c^2}{v_A - v_C} - \sqrt{\frac{c^4 - c^2\cdot(v_A - v_C)^2}{(v_A - v_C)^2}};$$ $$(v_B)_1 = \frac{c^2}{v_A - v_C} - \sqrt{\frac{c^4\cdot\left[1-\frac{(v_A - v_C)^2}{c^2}\right]}{(v_A - v_C)^2}};$$ $$(v_B)_1 = \frac{c^2}{v_A - v_C} - \frac{c^2}{v_A - v_C}\cdot\sqrt{1-\frac{(v_A - v_C)^2}{c^2}};$$ $$(v_B)_1 = \frac{c^2}{v_A - v_C} - \frac{c^2}{v_A - v_C}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v_A - v_C}{c}\right)^2};$$ $$\frac{v_A - v_C}{c} << 1;$$ $$(v_B)_1 = \frac{c^2}{v_A - v_C} - \frac{c^2}{v_A - v_C}\left(1-\frac{(v_A - v_C)^2}{2c^2}\right);\ (v_B)_1 = \frac{v_A - v_C}{2};$$ **2)** $$(v_B)_2 = \frac{c^2 - v_A\cdot v_C}{v_A - v_C} + \sqrt{\left(\frac{c^2 - v_A\cdot v_C}{v_A - v_C}\right)^2 - c^2};$$ $$v_A\cdot v_C << c^2;\ \frac{v_A\cdot v_C}{c^2} << 1;$$ $$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \sqrt{\frac{c^4}{(v_A - v_C)^2} - c^2};$$ $$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \sqrt{\frac{c^4 - c^2\cdot(v_A - v_C)^2}{(v_A - v_C)^2}};$$ $$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \sqrt{\frac{c^4\cdot\left[1-\frac{(v_A - v_C)^2}{c^2}\right]}{(v_A - v_C)^2}};$$ $$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \frac{c^2}{v_A - v_C}\cdot\sqrt{1-\frac{(v_A - v_C)^2}{c^2}};$$ $$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \frac{c^2}{v_A - v_C}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v_A - v_C}{c}\right)^2};$$ $$\frac{v_A - v_C}{c} << 1;$$ | 0,50 p | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$(v_B)_2 = \frac{c^2}{v_A - v_C} + \frac{c^2}{v_A - v_C};\ (v_B)_2 = \frac{2\cdot c^2}{v_A - v_C},$$

dar, știind că $(v_B)_2 < c$,

rezultă:

$$\frac{2\cdot c^2}{v_A - v_C} < c;\ \frac{2\cdot c}{v_A - v_C} < 1;\ 2\cdot c < v_A - v_C;$$

$$\frac{v_A - v_C}{2} > c,$$

rezultat care nu poate fi acceptat!

| **c)** | **3,00 p** | **3,00 p** |
|---|---|---|

Adoptând ca sistem inerţial fix, sistemul S din figura 7, ataşat stelei $\Sigma$, faţă de care navele cosmice A şi B sunt în mişcări rectilinii şi uniforme, iar ca sistem inerţial mobil, sistemul S′, ataşat navei cosmice A (în mişcare faţă de sistemul fix cu viteza $\vec{v}_A = \vec{v}_0$), atunci vitezele navei cosmice B în raport cu nava cosmică A (în raport cu sistemul mobil S′), $\vec{v}_{BA} = \vec{v}'$, şi în raport cu steaua $\Sigma$, $\vec{v}_B = \vec{v}$, au componentele :

$$(v')_{X'} = 0;\ (v')_{Y'} = v_{BA};\ (v)_X = v_B\cdot\cos\theta;\ (v)_Y = v_B\cdot\sin\theta,$$

relaţiile dintre acestea, fiind precizate în enunţul problemei, rezultă:

0,50 p

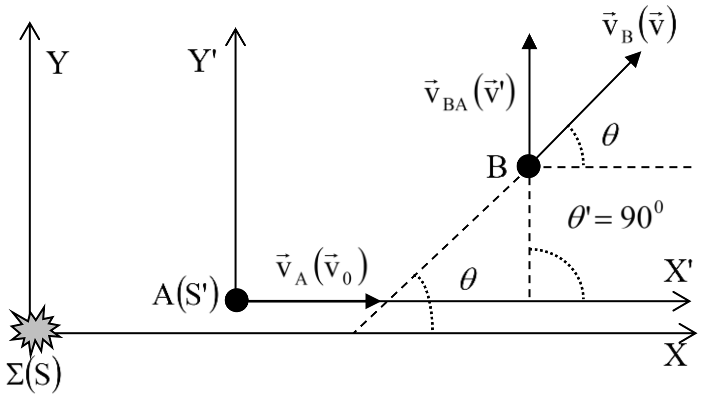



**Fig. 7**

$$v_X = \frac{\Delta x}{\Delta t};\ \ v_Y = \frac{\Delta y}{\Delta t};\ \Delta y = \Delta y';$$

$$t = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2}\cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};\ \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v_0}{c^2}\cdot\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

0,50 p

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------
-

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| | | |
|---|---|---|
| $v_X = \dfrac{v'_{X'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0}{c^2} \cdot v'_{X'}}$; $v_Y = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \dfrac{\Delta y'}{\dfrac{\Delta t' + \dfrac{v_0}{c^2} \cdot \Delta x'}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}}} = \dfrac{\dfrac{\Delta y'}{\Delta t'}}{\dfrac{1 + \dfrac{v_0}{c^2} \cdot \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}}}$; $v_Y = \dfrac{v'_{Y'}}{1 + \dfrac{v_0}{c^2} \cdot v'_{X'}} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}$; <br> $(v)_X = \dfrac{(v')_{X'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0 \cdot (v')_{X'}}{c^2}}$; $(v)_Y = \dfrac{(v')_{Y'}}{1 + \dfrac{v_0 \cdot (v')_{X'}}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}}$, | 1,00 p | |
| ---------------------------------------------------------------------------------------- <br> astfel încât, în acord și cu desenul din figura 3 din enunțul problemei, rezultă : <br> $v_B \cdot \cos\theta = v_A$; <br> $v_B \cdot \sin\theta = v_{BA} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}$; $v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2 \cdot \left(1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}\right)}$; <br> $\dfrac{v_B \cdot \sin\theta}{v_B \cdot \cos\theta} = \tan\theta = \dfrac{v_{BA} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}}{v_A} = \dfrac{v_{BA}}{v_A} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}$. | 0,50 p | |
| Variantă nerelativistă : $v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2}$; $\tan\theta = \dfrac{v_{BA}}{v_A}$. | 0,50 | |
| **Oficiu** | | **1,00 p** |
| **Total subiectul II** | | **10 p** |

*Barem propus de:*

***Prof. Florin Butușină**, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu", Șimleu Silvaniei*
***Prof.dr. Costin Dobrotă**, Colegiul Național "Dimitrie Cantemir", Onești*
***Prof.dr. Mihail Sandu**, Universitatea din Craiova*