Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Subiect - clasa a IV-a

Partea I

1. 2 kg de mere şi 3 kg de pere costă 49 lei. 4 kg de mere şi 2 kg pere costă 54 lei. Cât costă 1 kg de mere?

A. 11 lei	**B.** 8 lei	**C.** 10 lei	**D.** 9 lei	**E.** 12 lei	**F.** 7 lei

2. Un copil are o sumă de bani. În prima zi cheltuie jumătate din suma plus 5 lei. În a doua zi cheltuie jumătate din suma rămasă plus 5 lei. A treia zi jumătate din rest plus 5 lei. După cele trei zile i-au mai rămas 5 lei. Câţi lei a avut copilul la început?

A. 100 lei	**B.** 120 lei	**C.** 110 lei	**D.** 90 lei	**E.** 130 lei	**F.** 111 lei

3. Un cioban avea la stână 309 oi şi capre. După ce a vândut 35 de oi şi 25 capre i-au mai rămas de două ori mai multe oi decât capre. Câte oi a avut ciobanul?

A. 166 oi	**B.** 108 oi	**C.** 169 oi	**D.** 172 oi	**E.** 83 oi	**F.** 201 oi

4. În numerotarea unei cărţi s-au folosit 2025 cifre. Câte pagini are cartea?

A. 710 pagini	**B.** 712 pagini	**C.** 709 pagini	**D.** 713 pagini	**E.** 711 pagini	**F.** 625 pagini

5. Se consideră şirul 1, 5, 11, 19, 29, ... Al 70-lea termen este?

A. 4969	**B.** 5111	**C.** 4829	**D.** 4970	**E.** 5112	**F.** 5113

6. Aflaţi suma numerelor de patru cifre, cu toate cifrele distincte, care au cifra zecilor 7 şi suma cifrelor 11.

A. 7611	**B.** 5613	**C.** 5514	**D.** 8684	**E.** 7314	**F.** 6202

Partea a II-a

1. Determinaţi numerele $\overline{ab}$, c şi $\overline{mn}$, ştiind că au loc relaţiile $\overline{ab} + c = \overline{mn}$ şi $\overline{ab} - c = \overline{nm}$.

(Gazeta Matematică, nr. 1/2024)

2. Cu banii pe care îi are, Ana ar putea să cumpere 20 de panseluţe sau 16 lalele, iar dacă ar cumpăra 11 muşcate, ar primi rest 3 lei. O muşcată costă cu 3 lei mai mult decât o panseluţă. Cât costa o lalea ?

(Gazeta Matematică, nr. 3/2024)

[0] **Notă:**

- Partea I: se va scrie pe foaia de concurs numai varianta corectă, fără demonstraţie. Fiecare răspuns corect va primi câte 10 puncte.
- Partea a II-a: se cere demonstraţia completă, evaluată cu maximum 30 de puncte.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp de lucru: 2 ore.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Barem de evaluare şi notare - clasa a IV-a

Oficiu ______ **Total 10p**

Partea I

1) B.	2) C.	3) F.	4) E.	5) A.	6) D.

______ **Total 60p**

Partea a II-a

1.

✓ $10a + b + c = 10m + n \quad (1)$. **1p**
✓ $10a + b - c = 10n + m \quad (2)$. **1p**
✓ Adunând relaţiile (1) şi (2) obţinem $20a + 2b = 11m + 11n$, $2\overline{ab} = 11\,(m+n)$, $\overline{ab}$ se împarte exact la 11. .. **2p**
✓ Scăzând relaţiile (1) şi (2) obţinem $2c = 9\,(m-n)$, de unde $c = 0$ sau $c = 9$. **2p**
✓ $\overline{ab} = 11$, $c = 0$, $\overline{mn} = 11$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 22$, $c = 0$, $\overline{mn} = 22$; $\overline{ab} = 22$, $c = 9$, $\overline{mn} = 31$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 33$, $c = 0$, $\overline{mn} = 33$; $\overline{ab} = 33$, $c = 9$, $\overline{mn} = 42$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 44$, $c = 0$, $\overline{mn} = 44$; $\overline{ab} = 44$, $c = 9$, $\overline{mn} = 53$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 55$, $c = 0$, $\overline{mn} = 55$; $\overline{ab} = 55$, $c = 9$, $\overline{mn} = 64$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 66$, $c = 0$, $\overline{mn} = 66$; $\overline{ab} = 66$, $c = 9$, $\overline{mn} = 73$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 77$, $c = 0$, $\overline{mn} = 77$; $\overline{ab} = 77$, $c = 9$, $\overline{mn} = 88$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 88$, $c = 0$, $\overline{mn} = 88$; $\overline{ab} = 88$, $c = 9$, $\overline{mn} = 97$. **1p**
✓ $\overline{ab} = 99$, $c = 0$, $\overline{mn} = 99$. **1p**

______ **Total 15p**

2.

✓ 20 panseluţe...... 16 lalele. **2p**
✓ 1 muşcată...... 1 panseluţă +3lei. **2p**
✓ 11 muşcate...... 11 panseluţe +33lei. **2p**
✓ 11 muşcate +3 lei...... 20 panseluţe. **2p**
✓ 11 panseluţe +36 lei...... 20 panseluţe. **2p**
✓ 9 panseluţe...... 36 lei. **1p**
✓ 1 panseluţă...... 4 lei. **1p**
✓ 20 panseluţe...... 80 lei. **1p**
✓ 16 lalele...... 80 lei. **1p**
✓ 1 lalea...... 5 lei. **1p**

______ **Total 15p**

[0]**Notă:** Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

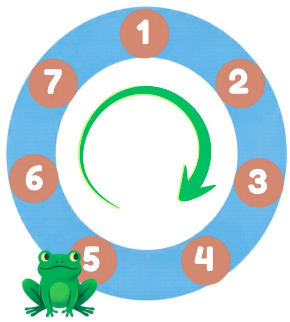
Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Subiect - clasa a V-a

Partea I

1. Media aritmetică a vârstelor celor patru persoane aflate într-o cameră este de 34 de ani. O persoană cu vârsta de 19 ani părăseşte camera. Media vârstelor celor trei persoane rămase în cameră este egală cu:

A. 34	**B.** 35	**C.** 39	**D.** 15	**E.** 16	**F.** 20



2. Şapte puncte de pe un cerc sunt numerotate de la 1 la 7, ca în desenul alăturat. O broscuţă sare în sensul acelor de ceasornic de la un punct la altul, în jurul cercului astfel: dacă se află pe un punct numerotat cu un număr impar, ea sare la punctul următor, iar dacă se află pe un punct numerotat cu un număr par, ea sare peste un punct. Broscuţa porneşte de pe punctul 5. După 2026 de sărituri, ea se va afla pe punctul:

A. 5	**B.** 1	**C.** 6	**D.** 2	**E.** 4	**F.** 7

3. Dacă m este un divizor al lui 20, n este un divizor al lui 26, iar p este un divizor al lui 2026, care dintre următoarele numere poate fi egal cu $m \cdot n \cdot p$?

A. 21	**B.** 2025	**C.** 39	**D.** 3039	**E.** 60	**F.** 5065

4. Câte numere naturale de forma $\overline{a22b}$ sunt divizibile cu 3?

A. 30	**B.** 33	**C.** 27	**D.** 28	**E.** 35	**F.** 26

5. Considerăm următorul şir de numere: $a_1 = 1 + \dfrac{1}{2}$, $a_2 = 1 + \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}$, $a_3 = 1 + \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}$, ... Dacă $a_{n+1} = \dfrac{34}{21}$, atunci a_n este egal cu:

A. $\frac{21}{13}$	**B.** $\frac{8}{5}$	**C.** $\frac{13}{8}$	**D.** $\frac{8}{13}$	**E.** $\frac{5}{8}$	**F.** $\frac{21}{10}$

6. Dacă a şi b sunt două numere naturale nenule astfel încât $a^{a+1} = 1024$ şi $(a-1)^b = 2187$, atunci numărul $(a+1)^{10} \cdot (3b+4)^5$ este egal cu:

A. 2^{30}	**B.** 5^{21}	**C.** 125^6	**D.** 5^{15}	**E.** 25^6	**F.** 625^5

Partea a II-a

1. Pe o tablă sunt scrise 31 de numere naturale: 1, 4, 7, 10, 13, ... Se aleg două numere x şi y de pe tablă, se şterg şi se înlocuiesc cu numărul $x + y + 20$. Procedeul se repetă până când pe tablă rămâne un singur număr. Aflaţi acest număr.

2. Determinaţi numerele naturale a, b, c pentru care $2^a + 4^b + 8^c = 16^{100}$.

(Gazeta Matematică, nr. 11/2018)

---

[0]**Notă:**

- Partea I: se va scrie pe foaia de concurs numai varianta corectă, fără demonstraţie. Fiecare răspuns corect va primi câte 10 puncte.
- Partea a II-a: se cere demonstraţia completă, evaluată cu maximum 30 de puncte.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp de lucru: 2 ore.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Barem de evaluare şi notare - clasa a V-a

Oficiu — **Total 10p**

Partea I

1) C.	**2) B.**	**3) F.**	**4) A.**	**5) A.**	**6) F.**

Total 60p

Partea a II-a

1.

✓ Suma celor 31 de numere scrise iniţial pe tablă este $S = 1 + 4 + 7 + 10 + ... + 91 = 1426$. **4p**

✓ De fiecare dată când înlocuim x şi y cu $x+y+20$ numărul numerelor scade cu 1, iar suma lor creşte cu 20. **4p**

✓ Pentru a ajunge de la 31 de numere la un singur număr efectuăm operaţia de 30 de ori. **4p**

✓ Ultimul număr scris pe tablă este $S + 20 \cdot 30 = 1426 + 600 = 2026$. **3p**

Total 15p

2.

✓ Folosim faptul că $2^n + 2^n = 2^{n+1}$, oricare ar fi numărul natural n şi avem:
$16^{100} = 2^{400} = 2^{399} + 2^{399} = 2^{398} + 2^{398} + 2^{399} \Rightarrow 16^{100} = 2^{398} + 4^{199} + 8^{133}$. **2p**

✓ Deci $a = 398$, $b = 199$, $c = 133$ este o soluţie. **1p**

✓ Deoarece $4^b = 2^{2b}$, $8^c = 2^{3c}$ şi $16^{100} = 2^{400}$, trebuie $a < 400$, $b < 200$ şi $c \leq 133$. **2p**

✓ Presupunem $c \leq 132$, atunci $2^{400} = 2^a + 4^b + 8^c \leq 2^{399} + 4^{199} + 8^{132} = 2^{396} \cdot 13 < 2^{396} \cdot 16 = 2^{400}$, contradicţie, deci $c = 133$. **2p**

✓ $c = 133 \Rightarrow 2^a + 4^b = 2^{400} - 8^{133} = 2^{399}$. **1p**

✓ Presupunem $a \leq 397$, atunci $2^{399} = 2^a + 4^b \leq 2^{397} + 4^{199} = 2^{397} \cdot 3 < 2^{397} \cdot 4 = 2^{399}$, contradicţie, deci $a = 398$ sau $a = 399$. **2p**

✓ Dacă $a = 399$, atunci $2^{399} = 2^{399} + 4^b \Rightarrow 4^b = 0$, fals. **2p**

✓ Dacă $a = 398$, atunci $2^{399} = 2^{398} + 4^b \Rightarrow 4^b = 2^{398} \Rightarrow b = 199$. **2p**

✓ În concluzie, $a = 398$, $b = 199$, $c = 133$ este soluţie unică. **1p**

Total 15p

[0]**Notă:** Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN" - ediţia a XIX-a

Subiect - clasa a VI-a

Partea I

1. Rezultatul calculului $0,01 \cdot \left(20,26 + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99\cdot 100}\right)$ este egal cu:

A. $21,25$	**B.** $20,25$	**C.** $2,125$	**D.** $212,5$	**E.** $0,2125$	**F.** $0,1225$

2. Câte numere de şase cifre conţin în scrierea lor secvenţa 123? (un exemplu de astfel de număr este 75<u>123</u>0)

A. 3700	**B.** 3699	**C.** 2700	**D.** 1000	**E.** 3701	**F.** 2699

3. Cât este suma numerelor naturale a, b şi c ştiind că sunt direct proporţionale cu 6, 8, respectiv 10 şi, în plus, $a^2 + b^2 + c^2 = 200$?

A. 24	**B.** 58	**C.** 59	**D.** 60	**E.** 61	**F.** 62

4. Numerele nenule, pozitive a, b, c verifică relaţia $\frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{a+3c} = \frac{3c}{a+2b}$. Expresia $A = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$ este egală cu:

A. 1	**B.** 2	**C.** 8	**D.** 4	**E.** 5	**F.** 6

5. În jurul unui punct O se consideră unghiurile A_1OA_2, A_2OA_3, $\ldots$, A_7OA_8, A_8OA_1, cu proprietatea că $\sphericalangle A_kOA_{k+1} = 2^{k\,\circ}$, pentru orice $k \in \{1, 2, \ldots, 7\}$. Măsura unghiului A_1OA_8 este egală cu:

A. $90°$	**B.** $160°$	**C.** $106°$	**D.** $120°$	**E.** $101°$	**F.** $21°$

6. Spunem că un unghi este *complement-3* dacă are măsura (în grade) exprimată printr-un număr natural, iar cel mai mare divizor comun dintre măsura lui şi măsura complementului său este 3. Numărul unghiurilor *complement-3* este:

A. 4	**B.** 8	**C.** 10	**D.** 12	**E.** 16	**F.** 24

Partea a II-a

1. Fie mulţimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 2026\}$ şi M o submulţime cu n elemente a mulţimii A cu proprietatea că suma oricăror trei elemente din M este divizibilă cu 3 şi suma oricăror patru elemente din M este divizibilă cu 4. Aflaţi cea mai mare valoare posibilă a numărului n.

(Gazeta Matematică, nr. 3/2022)

2. Se consideră triunghiul echilateral ABC, iar D un punct pe latura AC. Notăm cu P simetricul punctului D faţă de dreapta BC şi cu H punctul de intersecţie a dreptelor DP şi BC. Dreptele AC şi BP se intersectează în punctul E. Se ştie că P este mijlocul segmentului BE.
a) Aflaţi măsura unghiului ABE.
b) Demonstraţi că dreapta EH trece prin centrul de greutate al triunghiului ABC.

(Gazeta Matematică, nr. 3/2023)

[0]**Notă:**

- Partea I: se va scrie pe foaia de concurs numai varianta corectă, fără demonstraţie. Fiecare răspuns corect va primi câte 10 puncte.
- Partea a II-a: se cere demonstraţia completă, evaluată cu maximum 30 de puncte.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp de lucru: 2 ore.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Barem de evaluare şi notare - clasa a VI-a

Oficiu ______ **Total 10p**

Partea I

1) E.	2) B.	3) A.	4) C.	5) C.	6) B.

______ **Total 60p**

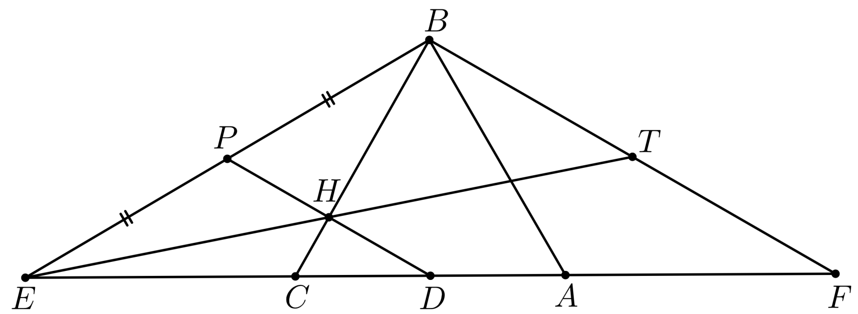
Partea a II-a

1.

✓ Arătăm că orice două elemente ale mulţimii M dau prin împărţire la 12 acelaşi rest. **2p**
✓ Fie a, b, c, d, e cinci elemente ale mulţimii M, $d < e$. **2p**
✓ Cum $a+b+d$ şi $a+b+e$ sunt multipli de 3, deducem că $e-d$ e multiplu de 3. .... **3p**
✓ Cum $a+b+c+d$ şi $a+b+c+e$ sunt multipli de 4, deducem că $e-d$ e multiplu de 4. .... **3p**
✓ Deoarece $(3,4)=1$ obţinem că $e-d$ este multiplu de 12, deci elementele d şi e ale mulţimii M, alese arbitrar, dau prin împărţire la 12 acelaşi rest. **2p**
✓ Rezultă că orice submulţime a mulţimii A formată cu numere care dau prin împărţire la 12 acelaşi rest respectă cerinţa problemei. Un exemplu de astfel de submulţime, cu număr maxim de elemente, este $\{1, 13, 25, \dots, 2017\}$, deci valoarea maximă a lui n este 169. .... **3p**

______ **Total 15p**

2.



a)

✓ $\Delta CHD \equiv \Delta CHP$ (C.C.) $\Rightarrow \sphericalangle PCH = \sphericalangle DCH = 60^\circ$. **2p**
✓ $\sphericalangle ECP = 180^\circ - (\sphericalangle PCH + \sphericalangle DCH) = 60^\circ$, deci CP este bisectoare şi mediană în triunghiul BCE. **2p**
✓ Rezultă că $CE = BC = AC$, de unde obţinem $\sphericalangle ABE = 90^\circ$. **2p**

b)

✓ Notăm cu F punctul de intersecţie dintre perpendiculara în B pe BC şi dreapta AC. Deducem că PD este linie mijlocie în triunghiul FBE, deci D este mijlocul lui EF **3p**
✓ Dacă $\{T\} = EH \cap BF$, rezultă că $BT = TF$. **2p**
✓ $CE = BC = AB = AF$ şi, ţinând cont că D este mijlocul lui EF, rezultă că D este mijloc şi pentru AC. **2p**
✓ Medianele ET şi BD ale triunghiului EBF se intersectează într-un punct G situat pe BD, la o treime de bază şi două treimi de vârf. Cum BD este mediană şi în triunghiul ABC, deducem că G este centru de greutate şi al acestui triunghi, deci dreapta EH trece prin centrul de greutate al triunghiului ABC. **2p**

______ **Total 15p**

[0]**Notă:** Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Inspectoratul Şcolar Judeţean Dolj
Societatea de Ştiinţe Matematice din România, Filiala Dolj -„Ciprian Foiaş”
Colegiul Naţional Pedagogic „Ştefan Velovan” Craiova 9 mai 2026

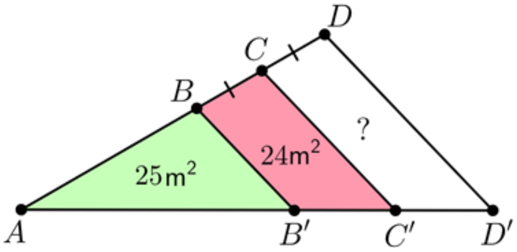
Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Subiect - clasa a VII-a

Partea I

1. Numărul real $x = \left(\sqrt{\frac{0,2(6)}{1,(3)} : 0,25} - \frac{1}{3\sqrt{5}}\right)^3 : \sqrt{\frac{1,(6)}{27}}$ are valoarea:

A. 1	**B.** $1\frac{2}{3}$	**C.** $\sqrt{5}$	**D.** $\frac{7}{3}$	**E.** 3	**F.** 9

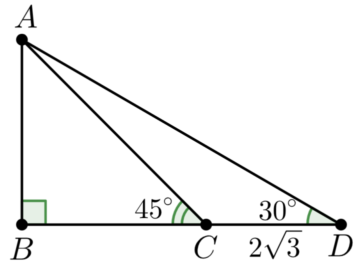


2. În figura alăturată, se cunosc: $BB' \| CC' \| DD'$, $BC \equiv CD$. Dacă $\mathcal{A}_{ABB'} = 25\,\mathrm{m}^2$ şi $\mathcal{A}_{BCC'B'} = 24\,\mathrm{m}^2$, atunci $\mathcal{A}_{CDD'C'}$ este egală cu:

A. $25\,\mathrm{m}^2$	**B.** $26\,\mathrm{m}^2$	**C.** $27\,\mathrm{m}^2$	**D.** $28\,\mathrm{m}^2$	**E.** $30\,\mathrm{m}^2$	**F.** $32\,\mathrm{m}^2$

3. Dacă $N = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + ... + \frac{1}{1+2+3+...+2026}\right) \cdot 2\frac{1}{1013}}$, atunci N este egal cu:

A. 1	**B.** 2	**C.** 4	**D.** 1013	**E.** 2026	**F.** 2027

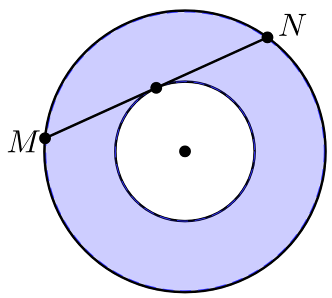


4. În figura alăturată, se ştie că triunghiul ABC este dreptunghic în B, $C \in (BD)$, $\sphericalangle BCA = 45°$, $\sphericalangle BDA = 30°$ şi $CD = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$. Care este lungimea segmentului AB?

A. $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$	**B.** $3\,\mathrm{cm}$	**C.** $(3+\sqrt{3})$ cm
D. $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$	**E.** $(3-\sqrt{3})$ cm	**F.** $6\,\mathrm{cm}$

5. Fie a şi b numere naturale care verifică relaţia $ab = a + b + 2026$. Valoarea sumei $a + b$ este:

A. 2025	**B.** 2026	**C.** 2027	**D.** 2028	**E.** 2029	**F.** 2030



6. În figura alăturată, aria coroanei circulare (mulţimea punctelor cuprinse între cele două cercuri concentrice) este $289\pi\,\mathrm{cm}^2$. O tangentă la cercul interior intersectează cercul exterior în punctele M şi N. Care este lungimea coardei MN?

A. 14 cm	**B.** 17 cm	**C.** 19 cm	**D.** 28 cm	**E.** 32 cm	**F.** 34 cm

Partea a II-a

1. Triunghiul ABC este înscris în cercul de rază R. Se ştie că M este mijlocul coardei BC, $BM = 2\,\mathrm{cm}$, $\sphericalangle AMB = 45°$ şi $\sphericalangle ACB = 30°$. Aflaţi lungimea razei cercului.

2.

a) Scrieţi numărul $\underbrace{111...111}_{2026 \text{ cifre}}\underbrace{222...222}_{2026 \text{ cifre}}$ ca un produs de două numere naturale consecutive.

b) Calculaţi $\sqrt{\underbrace{444...444}_{2026 \text{ cifre}} - \underbrace{888...888}_{1013 \text{ cifre}}}$.

---

[0] **Notă:**

- Partea I: se va scrie pe foaia de concurs numai varianta corectă, fără demonstraţie. Fiecare răspuns corect va primi câte 10 puncte.
- Partea a II-a: se cere demonstraţia completă, evaluată cu maximum 30 de puncte.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp de lucru: 2 ore.

Inspectoratul Şcolar Judeţean Dolj
Societatea de Ştiinţe Matematice din România, Filiala Dolj -„Ciprian Foiaş”
Colegiul Naţional Pedagogic „Ştefan Velovan” Craiova 9 mai 2026

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Barem de evaluare şi notare - clasa a VII-a

Oficiu ______________________________ **Total 10p**

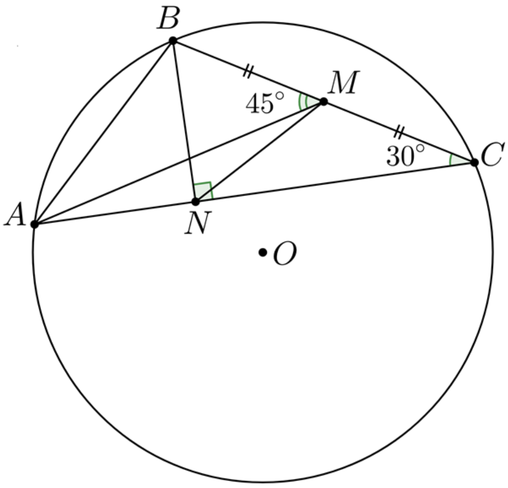
Partea I

1) B.	2) F.	3) B.	4) C.	5) F.	6) F.

______________________________ **Total 60p**

Partea a II-a

1.



✓ Construim $BN \perp AC \Rightarrow NM$ mediană în triunghiul BNC dreptunghic în N. **2p**
✓ Rezultă $NM = BM = MC = 2\,\text{cm}$ şi, cu teorema unghiului de $30°$, avem $BN = \dfrac{BC}{2} = 2\,\text{cm}$. **1p**
✓ Deci triunghiul BNM este echilateral. **1p**
✓ Rezultă $\sphericalangle AMN = 60° - 45° = 15°$ şi cum $\sphericalangle ANM = 150° \Rightarrow \sphericalangle NAM = 15°$. **1p**
✓ Astfel, triunghiul ANM este isoscel, $AN = NM = 2\,\text{cm}$. **1p**
✓ Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul ABN, obţinem $AB = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$. **1p**
✓ Cum arcul AB are măsura de $60°$, rezultă $\sphericalangle AOB = 60°$, adică triunghiul OAB este echilateral. **1p**
✓ Aşadar, $R = OA = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$. **2p**

______________________________ **Total 10p**

2.

a)

✓ $\underbrace{111...111}_{2026\text{ cifre}}\underbrace{222...222}_{2026\text{ cifre}} = \underbrace{111...111}_{2026\text{ cifre}} \cdot 10^{2026} + \underbrace{222...222}_{2026\text{ cifre}} = \underbrace{111...111}_{2026\text{ cifre}}\left(10^{2026} + 2\right)$. **4p**

✓ $= \underbrace{111...111}_{2026\text{ cifre}} \cdot 3 \cdot \underbrace{333...33}_{2025\text{ cifre}}4 = \underbrace{111...111}_{2026\text{ cifre}} \cdot 3 \cdot \left(\underbrace{333...333}_{2026\text{ cifre}} + 1\right)$. **4p**

✓ $= \underbrace{333...333}_{2026\text{ cifre}} \cdot \left(\underbrace{333...333}_{2026\text{ cifre}} + 1\right)$ = produs de două numere naturale consecutive. **2p**

b)

✓ $\sqrt{\underbrace{444...444}_{2026\text{ cifre}} - \underbrace{888...88}_{1013\text{ cifre}}} = \sqrt{\underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}} \cdot 10^{1013} + \underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}} - \underbrace{888...888}_{1013\text{ cifre}}}$. **4p**

✓ $= \sqrt{\underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}} \cdot 10^{1013} - \underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}}} = \sqrt{\underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}} \cdot (10^{1013} - 1)}$. **2p**

✓ $= \sqrt{\underbrace{444...444}_{1013\text{ cifre}} \cdot \underbrace{999...999}_{1013\text{ cifre}}} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot \left(\underbrace{111...111}_{1013\text{ cifre}}\right)^2}$. **2p**

✓ $= 2 \cdot 3 \cdot \underbrace{111...111}_{1013\text{ cifre}} = \underbrace{666...666}_{1013\text{ cifre}}$. **2p**

______________________________ **Total 20p**

[0] **Notă:** Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Subiect - clasa a VIII-a

Partea I

1. Se consideră expresia $E(x) = (2-3x)^2 - 2(1-2x)(x+3) - (2x-1)(2x+1) + 2x + 1$. Suma soluţiilor întregi ale inecuaţiei $E(x) \leq 6x+3$ este:

A. 1	**B.** 0	**C.** 3	**D.** -1	**E.** 9	**F.** 6

2. Care este rezultatul calculului $\sqrt{x^4+8y^2} + \sqrt{y^4+8x^2}$, ştiind că $x^2+y^2=2$?

A. 4	**B.** 0	**C.** 2	**D.** 6	**E.** 1	**F.** 3

3. Fie $a = \sqrt{2027} - \sqrt{2026}$ şi $b = \sqrt{2026} - \sqrt{2025}$. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată?

A. $a < b$	**B.** $a > b$	**C.** $a = b$	**D.** $a \in \mathbb{Q}$	**E.** $b \in \mathbb{Q}$	**F.** $a^2 = b^2$

4. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ care are proprietatea că $f(x) - 2f(1-x) = 4x - 2$, pentru orice număr real x. Notăm cu P acel punct de pe graficul funcţiei f care are coordonatele egale. Abscisa lui P este:

A. 0	**B.** -1	**C.** -2	**D.** 3	**E.** 2	**F.** 10

5. Se consideră tetraedrul $ABCD$ în care $AB \perp CD$ şi $BC \perp AD$. Măsura unghiului dintre dreptele AC şi BD este egală cu:

A. 30°	**B.** 45°	**C.** 60°	**D.** 90°	**E.** 120°	**F.** 135°

6. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu latura bazei egală cu 8 cm şi înălţimea egală cu 3 cm. Distanţa de la A la planul (VBC) este egală cu:

A. $\frac{3}{4}$ cm	**B.** 1 cm	**C.** $\frac{12}{5}$ cm	**D.** $\frac{24}{5}$ cm	**E.** $\frac{\sqrt{6}}{5}$ cm	**F.** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ cm

Partea a II-a

1. Pe planul hexagonului regulat $ABCDEF$ se ridică perpendiculara SA şi se notează cu M, N, P, Q, R proiecţiile punctului A pe dreptele SB, SC, SD, SE respectiv SF. Arătaţi că $\sphericalangle ANM \equiv \sphericalangle APM \equiv \sphericalangle AQM \equiv \sphericalangle ARM$.

(Gazeta Matematică, nr. 4/2022)

2. Fie $a, b, c \in (0, \infty)$, cu $a+b+c=6$. Calculaţi valoarea minimă a sumei

$$S = 16\left(\frac{a}{6-a} + \frac{b}{6-b} + \frac{c}{6-c}\right) - a^2 - b^2 - c^2.$$

(Gazeta Matematică, nr. 6-7-8/2022)

[0]**Notă:**

- Partea I: se va scrie pe foaia de concurs numai varianta corectă, fără demonstraţie. Fiecare răspuns corect va primi câte 10 puncte.
- Partea a II-a: se cere demonstraţia completă, evaluată cu maximum 30 de puncte.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timp de lucru: 2 ore.

Concursul judeţean de matematică „ŞTEFAN VELOVAN” - ediţia a XIX-a

Barem de evaluare şi notare - clasa a VIII-a

Oficiu **Total 10p**

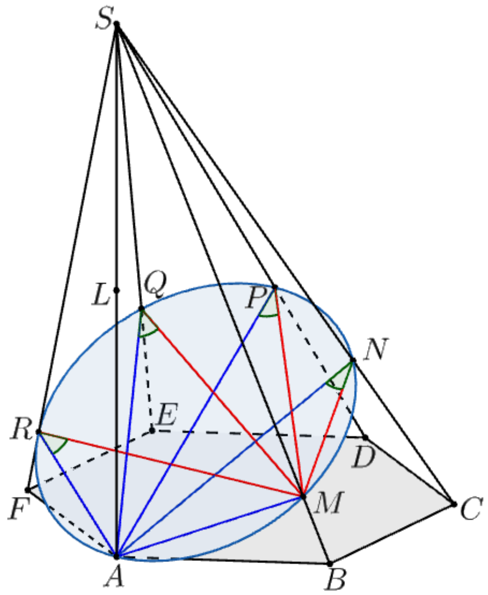
Partea I

1) A.	2) D.	3) A.	4) E.	5) D.	6) D.

Total 60p

Partea a II-a

1.



✓ Din $DB \perp AB$ şi $DB \perp SA$ avem $DB \perp (SAB)$. **1p**
✓ Cum $AM \subset (SAB)$ obţinem $DB \perp AM$. **1p**
✓ Din $DB \perp AM$ şi $AM \perp SB$ avem $AM \perp (SBD)$. **1p**
✓ Cum $SD \subset (SDB)$ obţinem $DS \perp AM$. **1p**
✓ Din $DC \perp AC$ şi $DC \perp SA$ avem $DC \perp (SAC)$. **1p**
✓ Cum $AN \subset (SAC)$ obţinem $DC \perp AN$. **1p**
✓ Din $AN \perp DC$ şi $AN \perp SC$ avem $AN \perp (SDC)$. **1p**
✓ Cum $SD \subset (SDC)$ obţinem $SD \perp AN$. **1p**
✓ Din $SD \perp AN$ şi $SD \perp AM$ avem $SD \perp (AMN)$ (1). **1p**
✓ Din $SD \perp AN$ şi $SD \perp AP$ avem $SD \perp (APN)$ (2). **1p**
✓ Din relaţiile (1) şi (2) obţinem că planele (AMN) şi (APN) coincid (3). **1p**
✓ Analog planele (ARQ) şi (AQP) coincid (4). **1p**
✓ Analog planele (ANP) şi (AQP) coincid (5). **1p**
✓ Din relaţiile (3), (4) şi (5) obţinem că punctele A, M, N, P, Q, R sunt coplanare (6). **1p**
✓ Dacă L este mijlocul lui $[AS]$ atunci $AL = ML = NL = PL = QL = RL = \dfrac{SA}{2}$. **2p**
✓ Prin urmare, punctele A, M, N, P, Q, R se află pe o sferă de centru L (7). **1p**
✓ Din relaţiile (6) şi (7) obţinem că punctele A, M, N, P, Q, R se află la intersecţia dintre un plan şi o sferă, adică pe un cerc $\mathcal{C}$. **2p**
✓ $\sphericalangle ANM \equiv \sphericalangle APM \equiv \sphericalangle AQM \equiv \sphericalangle ARM$, ele subântind aceeaşi coardă $[AM]$ în cercul $\mathcal{C}$. **1p**

Total 20p

2.

✓ Din $a+b+c=6$, prin ridicarea la pătrat obţinem că $a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=36$, de unde avem $a^2+b^2+c^2=36-2(ab+ac+bc)$. **1p**
✓ $S = 16\left(\dfrac{a}{6-a}+\dfrac{b}{6-b}+\dfrac{c}{6-c}\right)-a^2-b^2-c^2 = 16\left(\dfrac{a}{6-a}+\dfrac{b}{6-b}+\dfrac{c}{6-c}\right)+2(ab+ac+bc)-36.$ ... **2p**
✓ $S = 16\left(\dfrac{a}{6-a}+\dfrac{b}{6-b}+\dfrac{c}{6-c}\right)+2(ab+ac+bc)-36$
$= \left(\dfrac{16a}{b+c}+ab+ac\right)+\left(\dfrac{16b}{a+c}+ab+bc\right)+\left(\dfrac{16c}{b+a}+cb+ac\right)-36.$ **2p**
✓ Aplicând inegalitatea mediilor rezultă $\dfrac{16a}{b+c}+a(b+c) \geq 2\sqrt{\dfrac{16a^2(b+c)}{b+c}} = 8a$, având egalitate pentru $\dfrac{16a}{b+c} = a(b+c)$, adică $b+c=4$. **2p**
✓ Analog se obţin $\dfrac{16b}{a+c}+b(a+c) \geq 2\sqrt{\dfrac{16b^2(a+c)}{a+c}} = 8b$ şi $\dfrac{16c}{a+b}+c(a+b) \geq 2\sqrt{\dfrac{16c^2(a+b)}{a+b}} = 8c$. **1p**
✓ Prin adunarea relaţiilor anterioare se obţine $S \geq 8(a+b+c)-36 = 12$. **1p**
✓ Egalitatea se obţine pentru $a+b=b+c=c+a=4$, adică $a=b=c=2$. **1p**

Total 10p

[0]**Notă:** Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.